



12 கணிதவியல்

கற்றல் கையேடு

2024-25



பள்ளிக் கல்வித்துறை வேலூர் மாவட்டம்

+2 கணித பாடத்தில் மெல்ல கற்கும் மாணவர்கள் எளிதாக தேர்ச்சிபெற சிறப்பு பயிற்சி கையேடு

- ஒரு மதிப்பெண் வினாக்கள் 250 –யும் நன்கு பயிற்சி செய்தால் 10 முதல் 15 மதிப்பெண்கள் வரை பெறலாம்.
- தேவையான இடங்களில் படம் வரைந்தால் ஒரு மதிப்பெண் பெறலாம்.
- ஒவ்வொரு கணக்கையும் தீர்க்க உதவும் சூத்திரத்தை எழுதினால் ஒரு மதிப்பெண் பெறலாம்.
- ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் முழுமையான விடை தெரியாவிட்டாலும் தெரிந்த வரை பதில் அளித்தால் அதற்குரிய நிலை மதிப்பெண்கள் பெறலாம்.
- இப்பயிற்சி கையேட்டில் உள்ள 5 மதிப்பெண் வினாக்கள் அனைத்தையும் நன்றாக பயிற்சி செய்தால் 15 முதல் 25 மதிப்பெண்கள் பெறலாம்.

இவண்

+2 கணிதவியல் சிறப்பு பயிற்சி கையேடு ஆசிரியர் குழு

முன்னிலை மற்றும் வெளியீடு

திருமதி. செ. மணிமொழி,
முதன்மை கல்வி அலுவலர், வேலூர் மாவட்டம்

ஆசிரியர் குழு

திரு. அ. இரத்தயராஜ், PG ASST தொன் போஸ்கோ மேல் நிலைப்பள்ளி, காந்திநகர், வேலூர்-6	திரு. சி. பழனி, PG ASST திருவள்ளூர் மேல் நிலைப் பள்ளி, குடியாத்தம், வேலூர்
---	--

ஒரு மதிப்பெண் வினாக்கள்

1. அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகளின் பயன்பாடுகள்

1. $|adj(adjA)| = |A|^9$ எனில் சதுர அணி A யின் வரிசை 1) 3 2) 4 3) 2 4) 5
2. A என்ற 3x3 பூச்சியமற்றக் கோவை அணிக்கு $AA^T = A^T A$ மற்றும் $B = A^{-1}A^T$ என்றவாறு இருப்பின் $BB^T =$ 1) A 2) B 3) I 4) B^T
3. $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, B = adjA$ மற்றும் $C=3A$, எனில் $\frac{|adjB|}{|C|} =$ 1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{9}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) 1
4. $A \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{pmatrix}$ எனில் A= 1) $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
5. $A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ எனில் $9I_2 - A =$ 1) A^{-1} 2) $\frac{A^{-1}}{2}$ 3) $3A^{-1}$ 4) $2A^{-1}$
6. $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$ மற்றும் $B = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ எனில் $|adj(AB)| =$ 1) -40 2) -80 3) -60 4) -20
7. $P = \begin{pmatrix} 1 & x & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 2 & 4 & -2 \end{pmatrix}$ என்பது 3x3 வரிசையுடைய அணி A -ன் சேர்ப்பு அணி மற்றும் $|A| = 4$ எனில்

x ஆனது

- 1) 15 2) 12 3) 14 4) 11

8. $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ எனில் a_{23} -ன் மதிப்பானது
1) 0 2) -2 3) -3 4) -1
9. A, B மற்றும் C என்பன நேர்மாறு காணத்தக்கவாறு ஏதேனுமொரு வரிசையில் இருப்பின் பின்வருவனவற்றில் எது உண்மையல்ல?
1) $adjA = |A|A^{-1}$ 2) $adj(AB) = (adjA)(adjB)$
3) $\det A^{-1} = (\det A)^{-1}$ 4) $(ABC)^{-1} = C^{-1}B^{-1}A^{-1}$

10. $(AB)^{-1} = \begin{pmatrix} 12 & -17 \\ -19 & 27 \end{pmatrix}$ மற்றும் $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ எனில் $B^{-1} =$
1) $\begin{pmatrix} 2 & -5 \\ -3 & 8 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 8 & -5 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$

11. $A^T A^{-1}$ ஆனது சமச்சீர் எனில் $A^2 =$ 1) A^{-1} 2) $(A^T)^2$ 3) A^T 4) $(A^{-1})^2$

12. A என்பது பூச்சியமற்றக் கோவை அணி மற்றும் $A^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ எனில் $(A^T)^{-1} =$
1) $\begin{pmatrix} -5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -1 & -3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$

13. $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 5 \\ x & \frac{3}{5} \end{pmatrix}$ மற்றும் $A^T = A^{-1}$, எனில் x -ன் மதிப்பு 1) $-\frac{4}{5}$ 2) $-\frac{3}{5}$ 3) $\frac{3}{5}$ 4) $\frac{4}{5}$

14. $A = \begin{pmatrix} 1 & \tan \frac{\theta}{2} \\ -\tan \frac{\theta}{2} & 1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $AB = I_2$, எனில் $B =$
 1) $\left(\cos^2 \frac{\theta}{2}\right)A$ 2) $\left(\cos^2 \frac{\theta}{2}\right)A^T$ 3) $(\cos^2 \theta)I$ 4) $\left(\sin^2 \frac{\theta}{2}\right)A$

15. If $A = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$ மற்றும் $A(adjA) = \begin{pmatrix} k & 0 \\ 0 & k \end{pmatrix}$, எனில் $k =$
 1) 0 2) $\sin \theta$ 3) $\cos \theta$ 4) 1

16. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $\lambda A^{-1} = A$, எனில் λ -ன் மதிப்பு 1) 17 2) 14 3) 19 4) 21

17. $adjA = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -1 \end{pmatrix}$ மற்றும் $adjB = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ எனில் $adj(AB) =$
 1) $\begin{pmatrix} -7 & -1 \\ 7 & -9 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -6 & 5 \\ -2 & -10 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -7 & 7 \\ -1 & -9 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} -6 & -2 \\ 5 & -10 \end{pmatrix}$

18. $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 4 & 6 & 8 \\ -1 & -2 & -3 & -4 \end{bmatrix}$ -ன் அணித்தரம் 1) 1 2) 2 3) 4 4) 3

19. $x^a y^b = e^m, x^c y^d = e^n, \Delta_1 = \begin{vmatrix} m & b \\ n & d \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} a & m \\ c & n \end{vmatrix}, \Delta_3 = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ எனில் x மற்றும் y -ன் மதிப்புகள்

முறையே

1) $e^{(\Delta_2/\Delta_1)}, e^{(\Delta_3/\Delta_1)}$ 2) $\log(\Delta_1/\Delta_3), \log(\Delta_2/\Delta_3)$
 3) $\log(\Delta_2/\Delta_1), \log(\Delta_3/\Delta_1)$ 4) $e^{(\Delta_1/\Delta_3)}, e^{(\Delta_2/\Delta_3)}$

20. பின்வருபனவற்றுள் எவை/எவைகள் உண்மையானவை ?

(i) ஒரு சமச்சீர் அணியின் சேர்ப்பு அணி சமச்சீராக இருக்கும்

(ii) ஒரு மூலைவிட்ட அணியின் சேர்ப்பு அணி சமச்சீராக இருக்கும்

(iii) A என்பது n சவரிசையுடைய ஒரு சதுர அணி மற்றும் λ என்பது ஒரு திசையிலி எனில்

$adj(\lambda A) = \lambda^n adj(A)$

(iv) $A(adjA) = (adjA)A = |A|I$

1) (i) மட்டும் 2) (ii) மற்றும் (iii) 3) (iii) மற்றும் (iv) 4) (i), (ii) மற்றும் (iv)

21. $\rho(A) = \rho([A/B])$ எனில் $AX=B$ என்ற நேரியச் சமன்பாடுகளின் தொகுப்பானது

1) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் ஒரே ஒரு தீர்வு பெற்றிருக்கும்

2) ஒருங்கமைவுடையது

3) ஒருங்கமைவுடையது மற்றும் எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும்

4) ஒருங்கமைவற்றது

22. $0 \leq \theta \leq \pi$ மற்றும் $x + (\sin \theta)y - (\cos \theta)z = 0$, $(\cos \theta)x - y + z = 0$, $(\sin \theta)x + y - z = 0$ என்ற தொகுப்பானது வெளிப்படையற்ற தீர்வு பெற்றிருப்பின் θ -ன் மதிப்பு

- 1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{3\pi}{4}$ 3) $\frac{5\pi}{6}$ 4) $\frac{\pi}{4}$

23. ஒரு நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பின் விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியானது $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 7 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu + 5 \end{bmatrix}$,

மற்றும் தொகுப்பானது எண்ணற்ற தீர்வுகள் பெற்றிருக்கும் எனில்

- 1) $\lambda = 7, \mu \neq -5$ 2) $\lambda = -7, \mu = 5$ 3) $\lambda \neq 7, \mu \neq -5$ 4) $\lambda = 7, \mu = -5$

24. $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ மற்றும் $4B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & x \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ என்க. A -ன் நேர்மாறு B எனில் x -ன் மதிப்பு

- 1) 2 2) 4 3) 3 4) 1

25. $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$, எனில் $adj(adjA)$ -ன் மதிப்பு

- 1) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 2 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} 6 & -6 & 8 \\ 4 & -6 & 8 \\ 0 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ 3) $\begin{pmatrix} -3 & 3 & -4 \\ -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ 4) $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 4 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \end{pmatrix}$

2. கலப்பு எண்கள்

- $i^n + i^{n+1} + i^{n+2} + i^{n+3}$ -ன் மதிப்பு 1) 0 2) 1 3) -1 4) i
- $\sum_{i=1}^{13} (i^n + i^{n+1})$ -ன் மதிப்பு 1) $1 + i$ 2) i 3) 1 4) 0
- z, iz மற்றும் $z + iz$ என்ற கலப்பெண்கள் ஆர்கண்ட் தளத்தில் உருவாக்கும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு
1) $\frac{1}{2}|z|^2$ 2) $|z|^2$ 3) $\frac{3}{2}|z|^2$ 4) $2|z|^2$
- ஒரு கலப்பெண்ணின் இணை கலப்பெண் $\frac{1}{i-2}$ எனில், அந்த கலப்பெண்
1) $\frac{1}{i+2}$ 2) $\frac{-1}{i+2}$ 3) $\frac{-1}{i-2}$ 4) $\frac{1}{i-2}$
- $z = \frac{(\sqrt{3} + i)^3 (3i + 4)^2}{(8 + 6i)^2}$, எனில் $|z|$ -ன் மதிப்பு 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3
- z எனும் பூஜ்ஜியமற்ற கலப்பெண்ணிற்கு $2iz^2 = \bar{z}$ எனில் $|z|$ -ன் மதிப்பு
1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) 2 4) 3
- $|z - 2 + i| \leq 2$ எனில் $|z|$ -ன் மீப்பெரு மதிப்பு
1) $\sqrt{3} - 2$ 2) $\sqrt{3} + 2$ 3) $\sqrt{5} - 2$ 4) $\sqrt{5} + 2$
- $\left| z - \frac{3}{z} \right| = 2$, எனில் $|z|$ -ன் மீச்சிறு மதிப்பு 1) 1 2) 2 3) 3 4) 5

9. $|z|=1$,எனில் $\frac{1+z}{1+\bar{z}}$ -ன் மதிப்பு 1) z 2) \bar{z} 3) $\frac{1}{z}$ 4) 1
10. $|z|-z=1+2i$ என்ற சமன்பாட்டின் தீர்வு
1) $\frac{3}{2}-2i$ 2) $-\frac{3}{2}+2i$ 3) $2-\frac{3}{2}i$ 4) $2+\frac{3}{2}i$
11. If $|z_1|=1, |z_2|=2, |z_3|=3$ மற்றும் $|9z_1z_2+4z_1z_3+z_2z_3|=12$,எனில் $|z_1+z_2+z_3|$ -ன் மதிப்பு
1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
12. z என்ற கலப்பெண்ணானது $z \in C \setminus R$ ஆகவும் $z+\frac{1}{z} \in R$ எனவும் இருந்தால் $|z|$ -ன் மதிப்பு
1) 0 2) 1 3) 2 4) 3
13. z_1, z_2, z_3 என்ற கலப்பெண்கள் $z_1+z_2+z_3=0$ மற்றும் $|z_1|=|z_2|=|z_3|=1$ ஆகவும் இருந்தால் $z_1^2+z_2^2+z_3^2$ -ன் மதிப்பு
1) 3 2) 2 3) 1 4) 0
14. $\frac{z-1}{z+1}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனில் $|z|$ -ன் மதிப்பு 1) $\frac{1}{2}$ 2) 1 3) 2 4) 3
15. $z=x+iy$ என்ற கலப்பெண்ணிற்கு $|z+2|=|z-2|$ எனில் z -ன் நியமப்பாதை
1) மெய் அச்ச 2) கற்பனை அச்ச 3) நீள்வட்டம் 4) வட்டம்
16. $\frac{3}{-1+i}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
1) $\frac{-5\pi}{6}$ 2) $\frac{-2\pi}{3}$ 3) $\frac{-3\pi}{4}$ 4) $\frac{-\pi}{2}$
17. $(\sin 40^\circ + i \cos 40^\circ)^5$ -ன் முதன்மை வீச்சு
1) -110° 2) -70° 3) 70° 4) 110°
18. $(1+i)(1+2i)(1+3i)\dots(1+ni) = x+iy$,எனில் $2.5.10\dots(1+n^2)$ -ன் மதிப்பு
1) 1 2) i 3) x^2+y^2 4) $1+n^2$
19. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $(1+\omega)^7 = A+B\omega$, எனில் (A,B) என்பது
1) (1,0) 2) (-1,1) 3) (0,1) 4) (1,1)
20. $\frac{(1+i\sqrt{3})^2}{4i(1-i\sqrt{3})}$ என்ற கலப்பெண்ணின் முதன்மை வீச்சு
1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{\pi}{6}$ 3) $\frac{5\pi}{6}$ 4) $\frac{\pi}{2}$
21. $x^2+x+1=0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α மற்றும் β எனில் $\alpha^{2020} + \beta^{2020}$ -ன் மதிப்பு
1) -2 2) -1 3) 1 4) 2
22. $\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)^4$ -ன் எல்லா நான்கு மதிப்புகளின் பெருக்குத் தொகை
1) -2 2) -1 3) 1 4) 2
23. $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் மற்றும் $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -\omega^2-1 & \omega^2 \\ 1 & \omega^2 & \omega^7 \end{vmatrix} = 3k$, எனில் k -ன் மதிப்பு
1) 1 2) -1 3) $\sqrt{3}i$ 4) $-\sqrt{3}i$

24. $\left(\frac{1+\sqrt{3}i}{1-\sqrt{3}i}\right)^{10}$ -ன் மதிப்பு 1) $cis \frac{2\pi}{3}$ 2) $cis \frac{4\pi}{3}$ 3) $-cis \frac{2\pi}{3}$ 4) $-cis \frac{4\pi}{3}$

25. $\omega = cis \frac{2\pi}{3}$, எனில் $\begin{vmatrix} z+1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & z+\omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & z+\omega \end{vmatrix} = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் வெவ்வேறான மூலங்களின் எண்ணிக்கை

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4
3 சமன்பாட்டியல்

- $x^3 + 64 = 0$ -ன் ஒரு பூச்சியமாக்கி 1) 0 2) 4 3) 4i 4) -4
- f மற்றும் g என்பன முறையே m மற்றும் n படிகள் பல்லுறுப்புக்கோவைகள் மற்றும் $h(x) = (f \circ g)(x)$, எனில் h -ன் படிகளின் எண்ணிக்கை
1) mn 2) m+n 3) m^n 4) n^m
- x -ல் n படிகள் பல்லுறுப்புக்கோவைச் சமன்பாடு பெற்றுள்ள மூலங்கள்
1) n வெவ்வேறு மூலங்கள் 2) n மெய்யெண் மூலங்கள்
3) n கலப்பெண் மூலங்கள் 4) அதிகபட்சம் ஒரு மூலம்
- $x^3 + px^2 + qx + r$ -க்கு α, β மற்றும் γ என்பவை பூச்சியமாக்கிகள் எனில் $\sum \frac{1}{\alpha}$ -ன் மதிப்பு
1) $\frac{-q}{r}$ 2) $\frac{-p}{r}$ 3) $\frac{q}{r}$ 4) $\frac{-q}{p}$
- விகிதமுறு மூலச்சுத்தேற்றத்தின்படி பின்வருவனவற்றுள் எந்த எண் $4x^7 + 2x^4 - 10x^3 - 5$ என்பதற்கு சாத்தியமற்ற விகிதமுறு பூச்சியமாகும்?
1) -1 2) $\frac{5}{4}$ 3) $\frac{4}{5}$ 4) 5
- $x^3 - kx^2 + 9x$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
1) $|k| \leq 6$ 2) $k=0$ 3) $|k| > 6$ 4) $|k| \geq 6$
- $[0, 2\pi]$ -ல் $\sin^4 x - 2\sin^2 x + 1$ -ஐ நிறைவு செய்யும் மெய்யெண்களின் எண்ணிக்கை
1) 2 2) 4 3) 1 4) ∞
- $x^3 + 12x^2 + 10ax + 1999$ -க்கு நிச்சயமாக ஒரு மிகையெண் பூச்சியமாக்கி இருப்பதற்கு தேவையானதும் மற்றும் போதுமானதுமான நிபந்தனை
1) $a \geq 0$ 2) $a > 0$ 3) $a < 0$ 4) $a \leq 0$
- $x^3 + 2x + 3$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவைக்கு
1) ஒரு குறை மற்றும் இரு மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
2) ஒரு மிக மற்றும் இரு மெய்யற்ற கலப்பெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
3) மூன்று மெய்யெண் பூச்சியமாக்கிகள் இருக்கும்
4) பூச்சியமாக்கிகள் இல்லை
- $\sum_{j=0}^n nC_r (-1)^r x^r$ எனும் பல்லுறுப்புக்கோவையின் மிகையெண் பூச்சியமாக்கிகளின் எண்ணிக்கை
1) 0 2) n 3) $< n$ 4) r

4 நேர்மாறு முக்கோணவியல் சார்புகள்

- $\sin^{-1}(\cos x), 0 \leq x \leq \pi$ -ன் மதிப்பு 1) $\pi - x$ 2) $x - \frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{\pi}{2} - x$ 4) $x - \pi$

2. $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y = \frac{2\pi}{3}$; எனில் $\cos^{-1} x + \cos^{-1} y$ என்பதன் மதிப்பு

- 1) $\frac{2\pi}{3}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{6}$ 4) π

3. $\sin^{-1} \frac{3}{5} - \cos^{-1} \frac{12}{13} + \sec^{-1} \frac{5}{3} - \cos ec^{-1} \frac{13}{12}$ என்பதன் மதிப்பு

- 1) 2π 2) π 3) 0 4) $\tan^{-1} \frac{12}{65}$

4. $\sin^{-1} x = 2 \sin^{-1} \alpha$ -க்கு ஒரு தீர்வு இருந்தால், பின்னர்

- 1) $|\alpha| \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ 2) $|\alpha| \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$ 3) $|\alpha| < \frac{1}{\sqrt{2}}$ 4) $|\alpha| > \frac{1}{\sqrt{2}}$

5. பின்வருவனவற்றில் எம்மதிப்புகளுக்கு $\sin^{-1}(\cos x) = \frac{\pi}{2} - x$ -க்கு மெய்யாகும்

- 1) $-\pi \leq x \leq 0$ 2) $0 \leq x \leq \pi$ 3) $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ 4) $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{3\pi}{4}$

6. If $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \frac{3\pi}{2}$, எனில் $x^{2017} + y^{2018} + z^{2019} - \frac{9}{x^{101} + y^{101} + z^{101}}$ -ன் மதிப்பு

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

7. சில $x \in R$ -க்கு $\cot^{-1} x = \frac{2\pi}{5}$ எனில் $\tan^{-1} x$ -ன் மதிப்பு 1) $\frac{-\pi}{10}$ 2) $\frac{\pi}{5}$ 3) $\frac{\pi}{10}$ 4) $\frac{-\pi}{5}$

8. $f(x) = \sin^{-1} \sqrt{x-1}$ என் வரையறுக்கப்படும் சார்பின் சார்பகம்

- 1) $[1, 2]$ 2) $[-1, 1]$ 3) $[0, 1]$ 4) $[-1, 0]$

9. $x = \frac{1}{5}$ எனில் $\cos(\cos^{-1} x + 2 \sin^{-1} x)$ -ன் மதிப்பு 1) $-\sqrt{\frac{24}{25}}$ 2) $\sqrt{\frac{24}{25}}$ 3) $\frac{1}{5}$ 4) $-\frac{1}{5}$

10. $\tan^{-1}\left(\frac{1}{4}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{2}{9}\right)$ -க்கு சமமானது

- 1) $\frac{1}{2} \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ 2) $\frac{1}{2} \sin^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ 3) $\frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ 4) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$

11. சார்பு $f(x) = \sin^{-1}(x^2 - 3)$, எனில் இருக்கும் இடைவெளி

- 1) $[-1, 1]$ 2) $[\sqrt{2}, 2]$ 3) $[-2, -\sqrt{2}] \cup [\sqrt{2}, 2]$ 4) $[-2, -\sqrt{2}] \cap [\sqrt{2}, 2]$

12. $\cot^{-1} 2$ மற்றும் $\cot^{-1} 3$ ஆகியன ஒரு முக்கோணத்தின் இரு கோணங்கள் எனில் மூன்றாவது கோணமானது

- 1) $\frac{\pi}{4}$ 2) $\frac{3\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{6}$ 4) $\frac{\pi}{3}$

13. $\sin^{-1}\left(\tan \frac{\pi}{4}\right) - \sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{3}{x}}\right) = \frac{\pi}{6}$ -ல் x என்பதை மூலமாக கொண்ட சமன்பாடு

- 1) $x^2 - x - 6 = 0$ 2) $x^2 - x - 12 = 0$ 3) $x^2 + x - 12 = 0$ 4) $x^2 + x - 6 = 0$

14. $\sin^{-1}(2 \cos^2 x - 1) + \cos^{-1}(1 - 2 \sin^2 x) =$ 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) $\frac{\pi}{6}$

15. If $\cot^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) + \tan^{-1}(\sqrt{\sin \alpha}) = u$, எனில் $\cos 2u$ -ன் மதிப்பு

- 1) $\tan^2 \alpha$ 2) 0 3) -1 4) $\tan 2\alpha$

16. $|x| \leq 1$, எனில் $2 \tan^{-1} x - \sin^{-1} \frac{2x}{1+x^2}$ என்பதற்குச் சமம் 1) $\tan^{-1} x$ 2) $\sin^{-1} x$ 3) 0 4) π

17. $\tan^{-1} x - \cot^{-1} x = \tan^{-1} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} \right)$ என்ற சமன்பாட்டிற்கு

- 1) தீர்வு இல்லை 2) ஒரேயொரு தீர்வு 3) இரு தீர்வுகள் 4) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள்

18. $\sin^{-1} x - \cot^{-1} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் x -ன் மதிப்பு 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ 3) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ 4) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

19. $\sin^{-1} \frac{x}{5} + \cos ec^{-1} \frac{5}{4} = \frac{\pi}{2}$ எனில் x -ன் மதிப்பு 1) 4 2) 5 3) 2 4) 3

20. $|x| < 1$ எனில் $\sin(\tan^{-1} x)$ -ன் மதிப்பு 1) $\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ 2) $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ 3) $\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ 4) $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

5 இரு பரிமாண பகுமுறை வடிவியல்- II

1. (1,5) மற்றும் (4,1) என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் y -அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாடு $x^2 + y^2 - 5x - 6y + 9 + \lambda(4x + 3y - 19) = 0$ எனில் λ -ன் மதிப்பு

- 1) $0, -\frac{40}{9}$ 2) 0 3) $\frac{40}{9}$ 4) $-\frac{40}{9}$

2. செவ்வகல நீளம் 8 அல்குகள் மற்றும் துணையச்சின் நீளம் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரத்தில் பாதி உள்ள அதிபரவளையத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

- 1) $\frac{4}{3}$ 2) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ 3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ 4) $\frac{3}{2}$

3. வட்டம் $x^2 + y^2 = 4x + 8y + 5$ நேர்க்கோடு $3x - 4y = m$ -ஐ இரு வெவ்வேறு புள்ளிகளில் வெட்டுகின்றது எனில்

- 1) $15 < m < 65$ 2) $35 < m < 85$ 3) $-85 < m < -35$ 4) $-35 < m < 15$

4. x -அச்சை (1,0) என்ற புள்ளியில் தொட்டுச் செல்வதும் (2,3) என்ற புள்ளிவழிச் செல்வதுமான வட்டத்தின் விட்டம்

- 1) $\frac{6}{5}$ 2) $\frac{5}{3}$ 3) $\frac{10}{3}$ 4) $\frac{3}{5}$

5. $3x^2 + by^2 + 4bx - 6by + b^2 = 0$ என்ற வட்டத்தின் ஆரம் 1) 1 2) 3 3) $\sqrt{10}$ 4) $\sqrt{11}$

6. $x^2 - 8x - 12 = 0$ மற்றும் $y^2 - 14y + 45 = 0$ என்ற கோடுகளால் அடைபடும் சதுரத்தின் உள்ளே வரையப்படும் மிகப்பெரிய வட்டத்தின் மையம்

- 1) (4,7) 2) (7,4) 3) (9,4) 4) (4,9)

7. நேர்க்கோடு $2x + 4y = 3$ -க்கு இணையாக $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ என்ற வட்டத்தின் செங்கோட்டுச் சமன்பாடு

- 1) $x + 2y = 3$ 2) $x + 2y + 3 = 0$ 3) $2x + 4y + 3 = 0$ 4) $x - 2y + 3 = 0$

8. $P(x,y)$ என்ற புள்ளி குவியங்கள் $F_1(3,0)$ மற்றும் $F_2(-3,0)$ கொண்ட கூம்பு வளைவு

$16x^2 + 25y^2 = 400$ -ன் மீதுள்ள புள்ளி எனில் $PF_1 + PF_2$ -ன் மதிப்பு

- 1) 8 2) 6 3) 10 4) 12

9. $x + y = 6$ மற்றும் $x + 2y = 4$ என்ற நேர்க்கோடுகளை விட்டங்களாகக் கொண்டு (6,2) புள்ளிவழிச் செல்லும் வட்டத்தின் ஆரம்

- 1) 10 2) $2\sqrt{5}$ 3) 6 4) 4

10. $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ மற்றும் $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = -1$ என்ற அதிபரவளையங்களின் குவியங்கள் ஒரு நாற்கரத்தின் முனைகள் எனில் அந்த நாற்கரத்தின் பரப்பு

1) $4(a^2 + b^2)$ 2) $2(a^2 + b^2)$ 3) $a^2 + b^2$ 4) $\frac{1}{2}(a^2 + b^2)$

11. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்தின் செவ்வகல் முனைகளில் வரையப்பட்ட செங்குத்துக் கோடுகள் $(x-3)^2 + (y+2)^2 = r^2$ என்ற வட்டத்தின் தொடுகோடுகள் எனில் r^2 -ன் மதிப்பு

1) 2 2) 3 3) 1 4) 4

12. $x + y = k$ என்ற நேர்க்கோடு பரவளையம் $y^2 = 12x$ -இன் செங்கோட்டுச் சமன்பாடாக உள்ளது எனில் k -ன் மதிப்பு

1) 3 2) -1 3) 1 4) 9

13. நீள்வட்டம் $E_1: \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ செவ்வகம் R -க்குள் செவ்வகத்தின் பக்கங்கள் நீள்வட்டத்தின் அச்சகளுக்கு இணையாக இருக்குமாறு அமைந்துள்ளன. அந்த செவ்வகத்தின் சுற்றுவட்டமாக அமைந்த மற்றுரு நீள்வட்டம் $E_2, (0,4)$ என்ற புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{3}{4}$

14. $2x - y = 1$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாக $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} = 1$ என்ற அதிபரவளையத்திற்கு தொடுகோடுகள் வரையப்பட்டால் தொடு புள்ளிகளில் ஒன்று

1) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{-1}{\sqrt{2}}\right)$ 2) $\left(\frac{-9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 3) $\left(\frac{9}{2\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ 4) $(3\sqrt{3}, -2\sqrt{2})$

15. $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் குவியங்கள் வழியாகவும் $(0,3)$ என்ற புள்ளியை மையமாகவும் கொண்ட நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு

1) $x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$ 2) $x^2 + y^2 - 6y + 7 = 0$
3) $x^2 + y^2 - 6y - 5 = 0$ 4) $x^2 + y^2 - 6y + 5 = 0$

16. C என்ற வட்டத்தின் மையம் $(1,1)$ மற்றும் ஆரம் 1 அலகு என்க. T என்ற வட்டத்தின் மையம் $(0,y)$ ஆகவும் ஆதிப்புள்ளிவழியாகவும் உள்ளது. மேலும் C என்ற வட்டத்தை வெளிப்புறமாகத் தொட்டுச் செல்கிறது எனில் வட்டம் T -ன் ஆரம்

1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ 2) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{1}{4}$

17. மையம் ஆதிப்புள்ளியாகவும் நெட்டச்சு x -அச்சாகவும் உள்ள நீள்வட்டத்தைக் கருத்தில் கொள்க.

அதன் மையத்தொலைத் தகவு $\frac{3}{5}$ மற்றும் குவியங்களுக்கிடையே உள்ள தூரம் 6 எனில் அந்த

நீள்வட்டத்தின் உள்ளே நெட்டச்சு மற்றும் குற்றச்சுகளை மூலைவிட்டங்களாகக் கொண்டு வரையப்படும் நாற்கரத்தின் பரப்பு

1) 8 2) 32 3) 80 4) 40

18. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் வரையப்படும் மிகப்பெரிய செவ்வகத்தின் பரப்பு

1) $2ab$ 2) ab 3) \sqrt{ab} 4) $\frac{a}{b}$

19. நீள்வட்டத்தின் அரைக்குற்றச்சு OB, F மற்றும் F' குவியங்கள் மற்றும் FBF' ஒரு செங்கோணம் எனில் அந்த நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு காண்க.

1) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{4}$ 4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

20. $(x-3)^2 + (y-4)^2 = \frac{y^2}{9}$ என்ற நீள்வட்டத்தின் மையத்தொலைத் தகவு

- 1) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 2) $\frac{1}{3}$ 3) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$ 4) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

21. P என்ற புள்ளியிலிருந்து $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கு வரையப்படும் இரு தொடுகோடுகளுக்கிடையேயான கோணம் செங்கோணம் எனில் P -ன் நியமப்பாதை

- 1) $2x + 1 = 0$ 2) $x = -1$ 3) $2x - 1 = 0$ 4) $x = 1$

22. (1, -2) என்ற புள்ளி வழியாகவும் (3, 0) என்ற புள்ளியில் x-அச்சைத் தொட்டுச் செல்வதுமான வட்டம் பின்வரும் புள்ளிகளில் எந்தப் புள்ளி வழியாகச் செல்லும்?

- 1) (-5,2) 2) (2, -5) 3) (5, -2) 4) -2, 5)

23. (-2, 0) -இலிருந்து ஒரு நகரும் புள்ளிக்கான தூரம் அந்தப் புள்ளிக்கும் நேர்க்கோடு $x = \frac{-9}{2}$ -க்கும்

இடையேயான தூரத்தைப் போல் $\frac{2}{3}$ மடங்கு உள்ளது எனில் அந்தப் புள்ளியின் நியமப்பாதை

- 1) பரவளையம் 2) அதிபரவளையம் 3) நீள்வட்டம் 4) வட்டம்

24. $x^2 - (a+b)x - 4 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்களின் மதிப்புகள் m-ன் மதிப்புகளாக இருக்கும்போது

$y = mx + 2\sqrt{5}$ என்ற நேர்க்கோடு $16x^2 - 9y^2 = 144$ என்ற அதிபரவளையத்தைத் தொட்டுச் செல்கின்றது எனில் (a+b) -ன் மதிப்பு

- 1) 2 2) 4 3) 0 4) -2

25. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + c = 0$ என்ற வட்டத்தின் விட்டத்தின் ஒரு முனை (11, 2) எனில் அதன் மறுமுனை

- 1) (-5, 2) 2) (2, -5) 3) (5, -2) 4) (-2,5)

6. வெக்டர் இயற்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1. \vec{a} மற்றும் \vec{b} என்பன இணை வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a}, \vec{c}, \vec{b}]$ -ன் மதிப்பு

- 1) 2 2) -1 3) 1 4) 0

2. $\vec{\beta}$ மற்றும் $\vec{\gamma}$ ஆகியவை அமைக்கும் தளத்தில் $\vec{\alpha}$ அமைந்துள்ளது எனில்

- 1) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 1$ 2) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = -1$ 3) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 0$ 4) $[\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}] = 2$

3. $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{a} = 0$ எனில் $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ -ன் மதிப்பு

- 1) $|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$ 2) $\frac{1}{3}|\vec{a}||\vec{b}||\vec{c}|$ 3) 1 4) -1

4. \vec{b} க்கு செங்குத்தாகவும் \vec{c} க்கு இணையாகவும் உள்ள வெக்டர் \vec{a} என்றவாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ எனில் $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$ -க்குச் சம்மானது

- 1) \vec{a} 2) \vec{b} 3) \vec{c} 4) $\vec{0}$

5. $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 1$, எனில் $\frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})}{(\vec{c} \times \vec{a}) \cdot \vec{b}} + \frac{\vec{b} \cdot (\vec{c} \times \vec{a})}{(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c}} + \frac{\vec{c} \cdot (\vec{a} \times \vec{b})}{(\vec{c} \times \vec{b}) \cdot \vec{a}}$ -ன் மதிப்பு 1) 1 2) -1 3) 2 4) 3

6. $\vec{i} + \vec{j}, \vec{i} + 2\vec{j}, \vec{i} + \vec{j} + \pi\vec{k}$ என்ற வெக்டர்களை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணைகரத் திண்மத்தின் கன அளவு

- 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{\pi}{3}$ 3) π 4) $\frac{\pi}{4}$

7. \vec{a}, \vec{b} என்பன $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{a} \times \vec{b}] = \frac{\pi}{4}$, என்றுமாறுள்ள ஓரலகு வெக்டர்கள் எனின் \vec{a} மற்றும் \vec{b} க்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- 1) $\frac{\pi}{6}$ 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{3}$ 4) $\frac{\pi}{2}$
8. $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + \vec{j}, \vec{c} = \vec{i}$ மற்றும் $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \alpha \vec{a} + \mu \vec{b}$, எனில், $\lambda + \mu$ -ன் மதிப்பு
- 1) 0 2) 1 3) 6 4) 3
9. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $[\vec{a} \vec{b} \vec{c}] = 3$, எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று பூச்சியமற்ற வெக்டர்கள் எனில் $\{[\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}]\}^2$ -ன் மதிப்பு
- 1) 81 2) 9 3) 27 4) 18
10. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \frac{\vec{b} + \vec{c}}{\sqrt{2}}$, எனுமாறுள்ள ஒரு தளம் அமையா மூன்று வெக்டர்கள் எனில் \vec{a} மற்றும் \vec{b} ஆகியவற்றுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) $\frac{3\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) π
11. $\vec{a} \times \vec{b}, \vec{b} \times \vec{c}, \vec{c} \times \vec{a}$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணகரத்தின்மத்தின் கன அளவு 8 கன அலகுகள் எனில், $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{b} \times \vec{c}), (\vec{b} \times \vec{c}) \times (\vec{c} \times \vec{a})$ மற்றும் $(\vec{c} \times \vec{a}) \times (\vec{a} \times \vec{b})$ ஆகியவற்றை ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் விளிம்புகளாகக் கொண்ட இணகரத்தின்மத்தின் கன அளவு
- 1) 8 கன அலகுகள் 2) 512 கன அலகுகள் 3) 64 கன அலகுகள் 4) 24 கன அலகுகள்
12. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}$ என்பன $(\vec{a} \times \vec{b}) \times (\vec{c} \times \vec{d}) = \vec{0}$, எனுமாறுள்ள வெக்டர்கள் என்க. \vec{a}, \vec{b} என்ற ஒரு ஜோடி வெக்டர்களாலும் மற்றும் \vec{c}, \vec{d} என்ற ஒரு ஜோடி வெக்டர்களாலும் அமைக்கப்படும் தளங்கள் முறையே P_1 மற்றும் P_2 எனில், இத்தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- 1) 0° 2) 45° 3) 60° 4) 90°
13. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன $\vec{b} \cdot \vec{c} \neq 0$ மற்றும் $\vec{a} \cdot \vec{b} \neq 0$ எனுமாறுள்ள மூன்று வெக்டர்கள் என்க. $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ எனில், \vec{a} மற்றும் \vec{c} என்பவை
- 1) செங்குத்தானவை 2) இணையானவை
- 3) $\frac{\pi}{3}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை 4) $\frac{\pi}{6}$ என்ற கோணத்தை தாங்குபவை
14. $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 5\vec{k}, \vec{c} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - \vec{k}$, எனில் \vec{a} க்குச் செங்குத்தானதாகவும் \vec{b} மற்றும் மென்ற வெக்டர்கள் உருவாக்கும் தளத்தில் அமைவதுமான வெக்டர்
- 1) $-17\vec{i} + 21\vec{j} - 97\vec{k}$ 2) $17\vec{i} + 21\vec{j} - 123\vec{k}$ 3) $-17\vec{i} - 21\vec{j} + 97\vec{k}$ 4) $-17\vec{i} - 21\vec{j} - 97\vec{k}$
15. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{-2}, z=2$ மற்றும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+3}{3} = \frac{z+5}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்
- 1) $\frac{\pi}{6}$ 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{3}$ 4) $\frac{\pi}{2}$
16. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+2}{2}$ என்ற கோடு $x+3y-\alpha z+\beta=0$ என்ற தளத்தின் மீது இருந்தால் பின்னர் (α, β) என்பது
- 1) (-5,5) 2) (-6,7) 3) (5,-5) 4) (6, -7)

17. $\vec{r} = (\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}) + t(2\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (\vec{i} + \vec{j}) + 4 = 0$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம்

- 1) 0° 2) 30° 3) 45° 4) 90°

18. $\vec{r} = (6\hat{i} - \hat{j} - 3\hat{k}) + t(-\hat{i} + 4\hat{k})$ என்ற கோடு $\vec{r} \cdot (\vec{i} + \vec{j} - \vec{k}) = 3$ என்ற தளத்தை சந்திக்கும் புள்ளியின் அச்சத்தூரங்கள்

- 1) (2,1,0) 2) (7,-1,-7) 3) (1,2,-6) 4) (5,-1,1)

19. ஆதிப்புள்ளியிலிருந்து $3x - 6y + 2z + 7 = 0$ என்ற தளத்திற்கு உள்ள தொலைவு

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

20. $x + 2y + 3z + 7 = 0$ மற்றும் $2x + 4y + 6z + 7 = 0$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட தொலைவு

- 1) $\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$ 2) $\frac{7}{2}$ 3) $\frac{\sqrt{7}}{2}$ 4) $\frac{7}{2\sqrt{2}}$

21. ஒரு கோட்டின் திசைக்கொசைன்கள் $\frac{1}{c}, \frac{1}{c}, \frac{1}{c}$ எனில்

- 1) $c = \pm 3$ 2) $c = \pm\sqrt{3}$ 3) $c > 0$ 4) $0 < c < 1$

22. $\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} - \hat{k}) + t(6\vec{i} - \vec{k})$ என்ற வெக்டர் சமன்பாடு குறிக்கும் நேர்கோட்டின் மீது உள்ள புள்ளிகள்

- 1) (0,6,-1) மற்றும் (1,-2,-1) 2) (0,6,-1) மற்றும் (-1,-4,-2)
3) (1,-2,-1) மற்றும் (1,4,-2) 4) (1,-2,-1) மற்றும் (0,-6,1)

23. ஆதியிலிருந்து (1,1,1) என்ற புள்ளிக்கு உள்ள தொலைவானது $x + y + z + k = 0$ என்ற தளத்திலிருந்து அப்புள்ளிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதி எனில் k -ன் மதிப்புகள்

- 1) ± 3 2) ± 6 3) -3, 9 4) 3, -9

24. $\vec{r} \cdot (2\hat{i} - \lambda\hat{j} + \hat{k}) = 3$ மற்றும் $\vec{r} \cdot (4\hat{i} + \hat{j} - \mu\hat{k}) = 5$ ஆகிய தளங்கள் இணை எனில் λ மற்றும் μ -ன் மதிப்புகள்

- 1) $\frac{1}{2}, -2$ 2) $-\frac{1}{2}, 2$ 3) $-\frac{1}{2}, -2$ 4) $\frac{1}{2}, 2$

25. ஆதியிலிருந்து $2x + 3y + \lambda z = 1, \lambda > 0$ என்ற தளத்திற்கு வரையப்படும் செங்குத்தின் நீளம் $\frac{1}{5}$ எனில்

λ -ன் மதிப்பு

- 1) $2\sqrt{3}$ 2) $3\sqrt{2}$ 3) 0 4) 1

7. வகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1. ஒரு கோளத்தின் கன அளவு வினாடிக்கு 3π செமீ³ வீதத்தில் அதிகரிக்கிறது. ஆரம் $\frac{1}{2}$ செ.மீ ஆக இருக்கும்போது ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம்

- 1) 3 செ.மீ/வி 2) 2 செ.மீ/வி 3) 1 செ.மீ/வி 4) $\frac{1}{2}$ செ.மீ/வி

2. ஒரு பலுனானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி 10 மீ/வி வீதத்தில் செல்கிறது. பலுன் செலுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து 40மீ தொலைவில் இடமிருந்து ஒருவர் இதனைப் பார்க்கிறார். பலுனின் ஏற்றக் கோணத்தில் ஏற்படும் மாறுபாட்டு வீதத்தை பலுன் தரையிலிருந்து 30 மீடர் உயரத்தில் இருக்கும்போது காண்க.

- 1) $\frac{3}{25}$ ரேடியன்கள்/வினாடி 2) $\frac{4}{25}$ ரேடியன்கள்/வினாடி

3) $\frac{1}{5}$ ரேடியன்கள்/வினாடி

4) $\frac{1}{3}$ ரேடியன்கள்/வினாடி

3. t என்ற காலத்தில் கிடைமட்டமாக நகரும் துகளின் நிலை $s(t) = 3t^2 - 2t - 8$ எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துகள் ஓய்வு நிலைக்கு வரும் நேரம்

1) $t = 0$

2) $t = \frac{1}{3}$

3) $t = 1$

4) $t = 3$

4. ஒரு கல்லானது செங்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. t நேரத்தில் அது அடைந்த உயரம் $x = 80t - 16t^2$. கல் அதிகபட்ச உயரத்தை t -வினாடி நேரத்தில் அடைந்தால் t -ஆனது

1) 2

2) 2.5

3) 3

4) 3.5

5. $6y = x^3 + 2$ என்ற வளைவரையின் எப்புள்ளியில் y -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு விதம் x -ஆயத்தொலைவின் மாறுபாட்டு வீதத்தைப் போல் 8 மடங்கு இருக்கும்

1) (4,11)

2) (4,-11)

3) (-4,11)

4) (-4,-11)

6. $f(x) = \sqrt{8-2x}$ என்ற வளைவரையின் எந்த x -ஆயத்தொலைவில் வரையப்பட்ட தொடுகோட்டின் சாய்வு -0.25 என இருக்கும்?

1) -8

2) -4

3) -2

4) 0

7. $f(x) = 2 \cos 4x$ என்ற வளைவரைக்கு $x = \frac{\pi}{12}$ -ல் செங்கோட்டின் சாய்வு

1) $-4\sqrt{3}$

2) -4

3) $\frac{\sqrt{3}}{12}$

4) $4\sqrt{3}$

8. $y^2 - xy + 9 = 0$ என்ற வளைவரையின் தொடுகோடு எப்பொழுது நிலைகுத்தாக இருக்கும்?

1) $y=0$

2) $y = \pm\sqrt{3}$

3) $y = \frac{1}{2}$

4) $y = \pm 3$

9. ஆதியில் $y^2 = x$ மற்றும் $x^2 = y$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம்

1) $\tan^{-1} \frac{3}{4}$

2) $\tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right)$

3) $\frac{\pi}{2}$

4) $\frac{\pi}{4}$

10. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\cot x - \frac{1}{x} \right)$ -ன் மதிப்பு 1) 0 2) 1 3) 2 4) -1

11. $\sin^4 x + \cos^4 x$ என்ற சார்பு இறங்கும் இடைவெளி

1) $\left[\frac{5\pi}{8}, \frac{3\pi}{4} \right]$

2) $\left[\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{8} \right]$

3) $\left[\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2} \right]$

4) $\left[0, \frac{\pi}{4} \right]$

12. $x^3 - 3x^2$, $x \in [0, 3]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்

1) 1

2) $\sqrt{2}$

3) $\frac{3}{2}$

4) 2

13. $\frac{1}{x}$, $x \in [0, 2\pi]$ என்ற சார்பிற்கு சராசரி மதிப்புத் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் எண்

1) 2

2) 2.5

3) 3

4) 3.5

14. $|3-x|+9$ என்ற சார்பின் குறைந்த மதிப்பு 1) 0 2) 3 3) 6 4) 9

15. $y = e^x \sin x$, $x \in [0, 2\pi]$ என்ற வளைவரையின் மீப்பெரு சாய்வு எங்கு அமையும்?

1) $x = \frac{\pi}{4}$

2) $x = \frac{\pi}{2}$

3) $x = \pi$

4) $x = \frac{3\pi}{2}$

16. $x^2 e^{-2x}$, $x > 0$ என்ற சார்பின் பெரும மதிப்பு 1) $\frac{1}{e}$ 2) $\frac{1}{2e}$ 3) $\frac{1}{e^2}$ 4) $\frac{4}{e^4}$

17. (6,0) என்ற புள்ளிக்கும் $x^2 - y^2 = 4$ என்ற வளைவரை மீதுள்ள புள்ளிக்கும் உள்ள தொலைவு குறைந்தபட்சம் எனில் அப்புள்ளி

- 1) (2,0) 2) $(\sqrt{5}, 1)$ 3) $(3, \sqrt{5})$ 4) $(\sqrt{13}, -\sqrt{3})$

18. இரண்டு மிகை எண்களின் கூடுதல் 200 மேலும் அவற்றின் பெருக்கல் பலனின் பெரும மதிப்பு

- 1) 100 2) $25\sqrt{7}$ 3) 28 4) $24\sqrt{14}$

19. $y = ax^4 + bx^2$, $ab > 0$ என்ற வளைவரை

- 1) கிடைமட்டத் தொடுகோடு பெறவில்லை 2) மெற்புறமாக குழிவு
3) கீழ்புறமாக குழிவு 4) வளைவு மாற்றப் புள்ளியை பெறவில்லை

20. $y = (x-1)^3$ என்ற வளைவரையின் வளைவு மாற்றப் புள்ளி

- 1) (0,0) 2) (0,1) 3) (1,0) 4) (1,1)

8. வகையீடுகள் மற்றும் பகுதி வகைக்கெழுக்கள்

1. ஒரு வட்ட வடிவ வார்ப்பின் ஆரம் 10 செமீ ஆரத்தின் அளவில் தோராயமாக 0.02 செமீ பிழை உள்ளது எனில் அதன் பரப்பில் ஏற்படும் தோராய சதவீதப் பிழையைக் காண்க.

- 1) 0.2% 2) 0.4% 3) 0.04% 4) 0.08%

2. 31-ன் 5 ஆம் படி மூலம் சதவீதப் பிழை தோராயமாக 31-ன் சதவீதப் பிழையைப் போல் எத்தனை மடங்காகும்?

- 1) $\frac{1}{31}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) 5 4) 31

3. $u(x, y) = e^{x^2+y^2}$, எனில் $\frac{\partial u}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு 1) $e^{x^2+y^2}$ 2) $2xu$ 3) x^2u 4) y^2u

4. $v(x, y) = \log(e^x + e^y)$, எனில் $\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}$ -ன் மதிப்பு

- 1) $e^x + e^y$ 2) $\frac{1}{e^x + e^y}$ 3) 2 4) 1

5. $w(x, y) = x^y$, $x > 0$, எனில் $\frac{\partial w}{\partial x}$ -ன் மதிப்பு

- 1) $x^y \log x$ 2) $y \log x$ 3) yx^{y-1} 4) $x \log y$

6. $f(x, y) = e^{xy}$, எனில் $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ -ன் மதிப்பு 1) xye^{xy} 2) $(1+xy)e^{xy}$ 3) $(1+y)e^{xy}$ 4) $(1+x)e^{xy}$

7. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 4 செமீ மற்றும் அதன் பிழை 0.1 செமீ எனில் கன அளவு கணக்கீட்டில் ஏற்படும் பிழை

- 1) 0.4 கன செமீ 2) 0.45 கன செமீ 3) 2 கன செமீ 4) 4.8 கன செமீ

8. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு x_0 -இலிருந்து $x_0 + dx$ ஆக மாறும்போது அதன் வளைபரப்பு $S = 6x^2$ இல் ஏற்படும் பிழை

- 1) $12x_0 + dx$ 2) $12x_0 dx$ 3) $6x_0 dx$ 4) $6x_0 + dx$

9. ஒரு கன சதுரத்தின் பக்க அளவு 1% அதிகரிக்கும்போது அதன் கன அளவில் ஏற்படும் மாற்றம்

- 1) $0.3x dx$ $மீ^3$ 2) $0.03x$ $மீ^3$ 3) $0.03x^2$ $மீ^3$ 4) $0.03x^3$ $மீ^3$

10. $g(x, y) = 3x^2 - 5y + 2y^2$, $x(t) = e^t$ மற்றும் $y(t) = \cos t$, எனில் $\frac{dg}{dt}$ -ன் மதிப்பு

- 1) $6e^{2t} + 5 \sin t - 4 \cos t \sin t$ 2) $6e^{2t} - 5 \sin t + 4 \cos t \sin t$
3) $3e^{2t} + 5 \sin t + 4 \cos t \sin t$ 4) $3e^{2t} - 5 \sin t + 4 \cos t \sin t$

11. $f(x) = \frac{x}{x+1}$, எனில் அதன் வகையீடு

- 1) $\frac{-1}{(x+1)^2} dx$ 2) $\frac{1}{(x+1)^2} dx$ 3) $\frac{1}{x+1} dx$ 4) $\frac{-1}{x+1} dx$

12. $u(x, y) = x^2 + 3xy + y - 2019$, எனில் $\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{(4,-5)}$ -ன் மதிப்பு

- 1) -4 2) -3 3) -7 4) 13

13. சார்பு $g(x) = \cos x$ -ன் நேரியல் தோராய மதிப்பு $x = \frac{\pi}{2}$ இல்

- 1) $x + \frac{\pi}{2}$ 2) $-x + \frac{\pi}{2}$ 3) $x - \frac{\pi}{2}$ 4) $-x - \frac{\pi}{2}$

14. $w(x, y, z) = x^2(y-z) + y^2(z-x) + z^2(x-y)$ எனில் $\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ -ன் மதிப்பு

- 1) $xy+yz+zx$ 2) $x(y+z)$ 3) $y(z+x)$ 4) 0

15. $f(x, y, z) = xy + yz + zx$, எனில் $f_x - f_z$ -ன் மதிப்பு

- 1) $z-x$ 2) $y-z$ 3) $x-z$ 4) $y-x$

9. தொகை நுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1. $\int_0^{\frac{2}{3}} \frac{dx}{\sqrt{4-9x^2}}$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{\pi}{6}$ 2) $\frac{\pi}{2}$ 3) $\frac{\pi}{4}$ 4) π

2. $\int_{-1}^2 |x| dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{3}{2}$ 3) $\frac{5}{2}$ 4) $\frac{7}{2}$

3. ஒவ்வொரு $n \in Z$, $\int_0^{\pi} e^{\cos^2 x} \cos^3 [(2n+1)x] dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) π 3) 0 4) 2

4. $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \sin^2 x \cos x dx$ இன் மதிப்பு 1) 3/2 2) 1/2 3) 0 4) 2/3

5. $\int_{-4}^4 \left[\tan^{-1} \left(\frac{x^2}{x^4+1} \right) + \tan^{-1} \left(\frac{x^4+1}{x^2} \right) \right] dx$ இன் மதிப்பு 1) π 2) 2π 3) 3π 4)

6. $\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \left(\frac{2x^7 - 3x^5 + 7x^3 - x + 1}{\cos^2 x} \right) dx$ இன் மதிப்பு 1) 4 2) 3 3) 2 4) 0

7. $f(x) = \int_0^x t \cos t dt$, எனில் $\frac{df}{dx} =$ 1) $\cos x - \sin x$ 2) $\sin x + \cos x$ 3) $x \cos x$ 4) $x \sin x$

8. $y^2 = 4x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் அதன் வெவ்வகலத்திற்கும் இடையே பரப்பானது
1) $\frac{3}{2}$ 2) $\frac{4}{3}$ 3) $\frac{8}{3}$ 4) $\frac{2}{3}$

9. $\int_0^1 x(1-x)^{99} dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{1}{11000}$ 2) $\frac{1}{10100}$ 3) $\frac{1}{10010}$ 4) $\frac{1}{10001}$

10. $\int_0^{\pi} \frac{dx}{1+5^{\cos x}}$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{\pi}{2}$ 2) π 3) $\frac{3\pi}{2}$ 4)
11. $\frac{2\pi}{\binom{n+2}{n}} = 90$ எனில் n இன் மதிப்பு 1) 10 2) 5 3) 8 4) 9
12. $\int_0^{\pi/6} \cos^3 3x dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{3}$
13. $\int_0^{\pi} \sin^4 x dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{3\pi}{10}$ 2) $\frac{3\pi}{8}$ 3) $\frac{3\pi}{4}$ 4) $\frac{3\pi}{2}$
14. $\int_0^{\infty} e^{-3x} x^2 dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{7}{27}$ 2) $\frac{5}{27}$ 3) $\frac{4}{27}$ 4) $\frac{2}{27}$
15. $\int_0^a \frac{1}{4+x^2} dx = \frac{\pi}{8}$ எனில் a இன் மதிப்பு 1) 4 2) 1 3) 3 4) 2
16. $y^2 = x(a-x)$ என்ற வளைவரையில் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை x -அச்சைப் பொருத்து சுழற்றுவதால் உருவாகும் திப்பொருளின் கன அளவு
1) πa^3 2) $\frac{\pi a^3}{4}$ 3) $\frac{\pi a^3}{5}$ 4) $\frac{\pi a^3}{6}$
17. $f(x) = \int_1^x \frac{e^{\sin u}}{u} du, x > 1$ மற்றும் $\int_1^3 \frac{e^{\sin x^2}}{x} dx = \frac{1}{2}[f(a) - f(1)]$ எனில் a பெறக்கூடிய ஒரு மதிப்பு
1) 3 2) 6 3) 9 4) 5
18. $\int_0^1 (\sin^{-1} x)^2 dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{\pi^2}{4} - 1$ 2) $\frac{\pi^2}{4} + 2$ 3) $\frac{\pi^2}{4} + 1$ 4) $\frac{\pi^2}{4} - 2$
19. $\int_0^a (\sqrt{a^2 - x^2})^3 dx$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{\pi a^3}{16}$ 2) $\frac{3\pi a^4}{16}$ 3) $\frac{3\pi a^2}{8}$ 4) $\frac{3\pi a^4}{8}$
20. $\int_0^x f(t) dt = x + \int_x^1 t f(t) dt$, எனில் $f(1)$ இன் மதிப்பு 1) $\frac{1}{2}$ 2) 2 3) 1 4) $\frac{3}{4}$

10. சாதாரண வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகள்

1. $\frac{d^2 y}{dx^2} + \left(\frac{dy}{dx}\right)^{1/3} + x^{1/4} = 0$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி முறையே
1) 2,3 2) 3,3 3) 2,6 4) 2,4
2. $y = A \cos(x+B)$, இங்கு A, B என்பன எதேச்சை மாறிலிகள் எனும் சமன்பாட்டைக் கொண்ட வளைவரை குடும்பத்தின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு
1) $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = 0$ 2) $\frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$ 3) $\frac{d^2 y}{dx^2} = 0$ 4) $\frac{d^2 x}{dy^2} = 0$

3. $\sqrt{\sin x}(dx+dy) = \sqrt{\cos x}(dx-dy)$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி
 1) 1,2 2) 2,2 3) 1,1 4) 2,1
4. மையம் (h,k) மற்றும் ஆரம் 'a' கொண்ட எல்லா வட்டங்களின் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை
 1) 2 2) 3 3) 4 4) 1
5. $y = Ae^x + Be^{-x}$, இங்கு A, B என்பன ஏதேனும் இரு மாறிலிகள், எனும் வளைவரைத் தொகுதியின் வகைக்கெழுச் சமன்பாடு
 1) $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ 2) $\frac{d^2y}{dx^2} - y = 0$ 3) $\frac{dy}{dx} + y = 0$ 4) $\frac{dy}{dx} - y = 0$
6. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x}$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு
 1) $xy = k$ 2) $y = k \log x$ 3) $y = kx$ 4) $\log y = kx$
7. $2x \frac{dy}{dx} - y = 3$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு குறிப்பிடுவது
 1) நேர்க்கோடுகள் 2) வட்டங்கள் 3) பரவளையம் 4) நீள்வட்டம்
8. $\frac{dy}{dx} + p(x)y = 0$ -ன் தீர்வு
 1) $y = ce^{\int p dx}$ 2) $y = ce^{-\int p dx}$ 3) $x = ce^{-\int p dy}$ 4) $x = ce^{\int p dy}$
9. $\frac{dy}{dx} + y = \frac{1+y}{\lambda}$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் 1) $\frac{x}{e^\lambda}$ 2) $\frac{e^\lambda}{x}$ 3) λe^x 4) e^x
10. $\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி x எனில் P(x) என்பது
 1) x 2) $\frac{x^2}{2}$ 3) $\frac{1}{x}$ 4) $\frac{1}{x^2}$
11. $y(x) = 1 + \frac{dy}{dx} + \frac{1}{1.2} \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \frac{1}{1.2.3} \left(\frac{dy}{dx}\right)^3 + \dots$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் படி
 1) 2 2) 3 3) 1 4) 4
12. p மற்றும் q என்பன முறையே $y \frac{dy}{dx} + x^3 \left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) + xy = \cos x$ என்ற வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் வரிசை மற்றும் படி எனில்
 1) $p < q$ 2) $p = q$ 3) $p > q$ 4) இவற்றில் எதுவும் இல்லை
13. $\frac{dy}{dx} + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} = 0$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தீர்வு
 1) $y + \sin^{-1} x = c$ 2) $x + \sin^{-1} y = 0$ 3) $y^2 + 2 \sin^{-1} x = c$ 4) $x^2 + 2 \sin^{-1} y = 0$
14. $\frac{dy}{dx} = 2xy$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தீர்வு
 1) $y = ce^{x^2}$ 2) $y = 2x^2 + C$ 3) $y = Ce^{-x^2} + C$ 4) $y = x^2 + c$
15. $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = x + y$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் பொதுத்தீர்வு
 1) $e^x + e^y = C$ 2) $e^x + e^{-y} = C$ 3) $e^{-x} + e^y = C$ 4) $e^{-x} + e^{-y} = C$
16. $\frac{dy}{dx} = 2^{y-x}$ -ன் தீர்வு

1) $2^x + 2^y = C$

2) $2^x - 2^y = C$

3) $\frac{1}{2^x} - \frac{1}{2^y} = C$

4) $x + y = C$

17. $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} + \frac{\phi\left(\frac{y}{x}\right)}{\phi'\left(\frac{y}{x}\right)}$ எனும் வகைக்கெழு சமன்பாட்டின் தீர்வு

1) $x\phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$

2) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = kx$

3) $y\phi\left(\frac{y}{x}\right) = k$

4) $\phi\left(\frac{y}{x}\right) = ky$

18. $\frac{dy}{dx} + Py = Q$ எனும் நேரியல் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுச் காரணி $\sin x$ எனில்

P என்பது

1) $\log \sin x$ 2) $\cos x$ 3) $\tan x$ 4) $\cot x$

19. வரிசை n மற்றும் $n + 1$ கொண்ட வகைக்கெழுச் சமன்பாடுகளின் பொதுத் தீர்வுகளில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை முறையே

1) $n-1, n$ 2) $n, n+1$ 3) $n+1, n+2$ 4) $n+1, n$

20. மூன்றாம் வரிசை வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் குறிப்பிட்டத் தீர்வில் உள்ள மாறத்தக்க மாறிலிகளின் எண்ணிக்கை

1) 3 2) 2 3) 1 4) 0

21. $\frac{dy}{dx} = \frac{x+y+1}{x+1}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தொகையீட்டுக் காரணி

1) $\frac{1}{x+1}$

2) $x + 1$

3) $\frac{1}{\sqrt{x+1}}$

4) $\sqrt{x+1}$

22. ஏதேனும் ஒரு வருடம் t -ல் உள்ள P-ன் பெருக்க வீதமானது மக்கள் தொகைக்கு விகிதமாக அமையும் எனில் பின்னர்

1) $P = Ce^{kt}$ 2) $P = Ce^{-kt}$ 3) $P = Ckt$ 4) $P = C$

23. t எனும் நேரத்திற்குப் பிறகு மீதமுள்ள ஒரு பொருளின் அளவு P ஆகும். பொருள் ஆவியாகும் வீதமானது அந்நேரத்தில் மீதமிருக்கும் பொருளின் அளவிற்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது எனில் பின்னர் ($k > 0$)

1) $p = ce^{kt}$ 2) $p = ce^{-kt}$ 3) $p = ckt$ 4) $Pt = c$

24. $\frac{dy}{dx} = \frac{ax+3}{2y+f}$ எனும் வகைக்கெழுச் சமன்பாட்டின் தீர்வு ஒரு வட்டத்தைக் குறிக்குமானால் a -ன் மதிப்பு

1) 2 2) -2 3) 1 4) -1

25. $y = f(x)$ எனும் வளைவரையின் ஏதேனும் ஒரு புள்ளியிடத்து சாய்வு $\frac{dy}{dx} = 3x^2$ எனக்

கொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மேலும் வளைவரையானது $(-1,1)$ புள்ளி வழியாகச் செல்கிறது எனில் வளைவரையின் சமன்பாடு

1) $y = x^3 + 2$

2) $y = 3x^2 + 4$

3) $y = 3x^3 + 4$

4) $y = x^3 + 5$

11. நிகழ்தகவு பரவல்கள்

1) X எனும் சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x^3}; & x \geq 1 \\ 0; & x < 1 \end{cases}$ எனில்

பின்வருவனவற்றில் எந்த கூற்று சரியானது?

1) சராசரி மற்றும் பரவற்படி உள்ளது

2) சராசரி உள்ளது ஆனால் பரவற்படி இல்லை

- 3) சராசரி, பரவற்படி இரண்டுமே இல்லை 4) பரவற்படி உள்ளது ஆனால் சராசரி இல்லை
2) $2l$ நீளமுள்ள ஒரு கம்பி சவாய்ப்பு முறையில் இரு துண்டாக உடைந்தது. இரு துண்டுகளில்

குட்டையானதற்கான நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{l}; 0 < x < l \\ 0; l \leq x < 2l \end{cases}$ எனில் குட்டையானப்

பகுதிக்கான சராசரி மற்றும் பரவற்படி முறையே

- 1) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{3}$ 2) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{6}$ 3) $l, \frac{l^2}{12}$ 4) $\frac{l}{2}, \frac{l^2}{12}$

- 3) ஒரு விளையாட்டில் அறுபக்க பகடையை விளையாடுபவர் உருட்டுகிறார். பகடை எண் 6 -ஐக் காட்டினால், விளையாடுபவர் ரூ36 வெல்லுவார். இல்லையெனில் ரூ k^2 தோற்பார். இங்கு k என்பது பகடை காட்டும் எண். $k=\{1,2,3,4,5\}$. விளையாட்டில் எதிபார்க்கப்படும் வெல்லும் தொகை ரூபாய்

- 1) $\frac{19}{6}$ 2) $-\frac{19}{6}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) $-\frac{3}{2}$

- 4) 1,2,3,4,5,6 எண்ணிடப்பட்ட அறுபக்க பகடையும் 1,2,3,4 என எண்ணிடப்பட்ட நான்கு பக்க பகடையும் ஜோடியாக உருட்டப்பட்டு இரண்டும் காட்டும் எண்களின் கூட்டல்தொகை தீர்மானிக்கப்படுகிறது. இந்தக் கூட்டலைத் குறிக்கும் சமவாய்ப்பு மாறி X என்க. இனி 7-இன் நேர்மாறு பிம்பாத்தின் உறுப்புகளின் எண்ணிக்கை

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

- 5) $n = 25$ மற்றும் $p = 0.8$ என்று உள்ள ஈருறுப்பு பரவல் கொண்ட சமாய்ப்பு மாறி X எனில் X -ன் திட்டவிலக்கத்தின் மதிப்பு

- 1) 6 2) 4 3) 3 4) 4

- 6) n முறை சுண்டப்படும் ஒரு நாணயத்தினால் பெறப்படும் தலை மற்றும் பூக்களின் எண்ணிக்கை வேறுபாட்டை X குறிக்கிறது என்க. X -இன் சாத்திய மதிப்புகள்

- 1) $i + 2n, i=0,1,2,\dots,n$ 2) $2i-n, i=0,1,2,\dots,n$ 3) $n-i, i=0,1,2,\dots,n$ 4) $2i+2n, i=0,1,2,\dots,n$

- 7) $f(x) = \frac{1}{12}, a < x < b$, எனும் சார்பு ஒரு தொடர்ச்சியான சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பினைக் குறிக்கிறது எனில், பின்வருவனவற்றுள் எது a மற்றும் b -இன் மதிப்புகளாக இராது?

- 1) 0 மற்றும் 12 2) 5 மற்றும் 17 3) 7 மற்றும் 19 4) 16

மற்றும் 24

- 8) ஒரு கால்பந்தாட்ட அரங்கிற்கு ஒரே பள்ளியிலிருந்து பேருந்துகள் 160 மாணவர்களை ஏற்றிக்கொண்டு வருகிறது. அப்பேருந்துகளில் முறையே 42,36,34 மற்றும் 48 மாணவர்கள் பயணிக்கின்றனர்.

சமவாய்ப்பு முறையில் ஒரு மாணவர் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகிறார். அவ்வாறு சமாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட மாணவர் பயணிக்கும் பேருந்திலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை X குறிக்கிறது என்க. நான்கு பேருந்து ஓட்டுனர்களில் ஒருவர் சமவாய்ப்பு முறையில் தேர்ந்தெடுக்கப்படுகின்றனர். அவ்வாறு தேர்ந்தெடுக்கப்பட்ட ஓட்டுநர் ஓட்டி வரும் பேருந்திலுள்ள மாணவர்களின் எண்ணிக்கையை Y குறிக்கிறது என்க. இனி $E[X]$ மற்றும் $E[Y]$ முறையே

- 1) 50,40 2) 40,50 3) 40.75,40 4) 41,41

- 9) இரு நாணயங்கள் சுண்டப்படுகின்றன. முதல் நாணயத்தில் தலை கிடைப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.6 மற்றும் இரண்டாவது நாணயத்தின் மூலம் தலை கிடைக்க நிகழ்தகவு 0.5 ஆகும். சுண்டிவிடுதலின் முடிவுகள் சார்பற்றவை எனக் கருதுக. X என்பது மொத்த தலைகளின் எண்ணிக்கையைக் குறிக்கிறது எனில்

$E[X]$ -ன் மதிப்பு

- 1) 0.11 2) 1.1 3) 11 4) 1

- 10) பலவுள் தேர்வு ஒன்றில் 5 வினாக்கள் ஒவ்வொன்றிற்கும் 3 சாத்தியமானக் கவனச் சிதறல் விடைகள் உள்ளது. ஊகத்தின் அடிப்படையில் 4 அல்லது அதற்கு மேல் சரியான விடையை ஒரு மாணவர் அளிப்பதற்கான நிகழ்தகவு

- 1) $\frac{11}{243}$ 2) $\frac{3}{8}$ 3) $\frac{1}{243}$ 4) $\frac{5}{243}$

11) $P\{X=0\}=1-P\{X=1\}$. மற்றும் $E[X] = 3\text{Var}(X)$ எனில் $P\{X=0\} =$ 1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{2}{5}$ 3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{1}{3}$

12) எதிர்பார்ப்பு மதிப்பு 6 மற்றும் பரவற்படி 2.4 கொண்ட ஒரு ஈருறுப்பு சமவாய்ப்பு மாறி X எனில் $P(X=5)$ -இன் மதிப்பு

1) $\binom{10}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^6\left(\frac{2}{5}\right)^4$ 2) $\binom{10}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^5$ 3) $\binom{10}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^4\left(\frac{2}{5}\right)^6$ 4) $\binom{10}{5}\left(\frac{3}{5}\right)^5\left(\frac{2}{5}\right)^5$

13) சமவாய்ப்பு மாறி X -ன் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} ax + b & ; 0 < x < 1 \\ 0 & ; \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$
மற்றும் $E(X) = \frac{7}{12}$, எனில் a மற்றும் b -ன் மதிப்புகள் முறையே

1) 1 மற்றும் $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{2}$ மற்றும் 1 3) 2 மற்றும் 1 4) 1 மற்றும் 2

14) 0,1 மற்றும் 2 ஆகிய மதிப்புகளில் ஒன்றை X கொள்கிறது என்க. ஏதோ ஒரு மாறிலி k -விற்கு,
 $P[X=i] = k P[X=i-1], i=1,2$ மற்றும் $P[X=0] = \frac{1}{7}$ எனில் k -இன் மதிப்பு காண்க

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15) பின்வருவனவற்றுள் எது தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி ?

I. ஒரு நாளில் ஒரு குறிப்பிட்ட சமீக்கையைக் கடக்கும் மகிழுந்துகளின் எண்ணிக்கை

II. ஒரு குறிப்பிட்ட கணத்தில் தொடர்வண்டி பயணச் சீட்டு வாங்க வரிசையில் காத்திருக்கும் பயணிகளின் எண்ணிக்கை

III. ஒரு தொலைபேசி அழைப்பை நிறைவு செய்யும் காலம்.

1) I மற்றும் II 2) II மட்டுமே 3) III மட்டுமே 4) II மற்றும் III

16) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறியின் நிகழ்தகவு அடர்த்தி சார்பு $f(x) = \begin{cases} 2x & , 0 \leq x \leq a \\ 0 & , \text{பிற மதிப்புகளுக்கு} \end{cases}$
எனில் a -இன் மதிப்பு

1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

17) ஒரு நிகழ்தகவு மாறியின் நிகழ்தகவு சார்பு கீழ்க்காணுமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது:

x	-2	-1	0	1	2
f(x)	k	2k	3k	4k	5k

எனில் $E(X)$ க்கு சம்மான மதிப்பு

1) $\frac{1}{15}$ 2) $\frac{1}{10}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{2}{3}$

18) சராசரி 0.4 கொண்ட ஒரு பெர்னோலி பரவல் X எனில் $(2X-3)$ -ன் பரவல்படி

1) 0.24 2) 0.48 3) 0.6 4) 0.96

19) ஈருறுப்பு மாறி X ஆறு முயற்சிகளில் $9P(X=4) = P(X=2)$ எனும் தொடர்பினை அனுசரிக்கிறது எனில் வெற்றியின் நிகழ்தகவு

1) 0.125 2) 0.25 3) 0.375 4) 0.75

20) ஒரு கணினி விற்பனையாளர் தனது கடந்த கால அனுபவத்திலிந்து தனது காட்சி கூடத்திற்குள் நுழையும் ஒவ்வொரு இருபது வாடிக்கையாளர்களில் ஒருவருக்கு கணினிகளை விற்கிறார் என்பது தெரியும். அடுத்த மூன்று வாடிக்கையாளர்களில் சரியாக இரண்டு பேருக்கு அவர் ஒரு கணினியை விற்கும் நிகழ்தகவு என்ன?

1) $\frac{57}{20^3}$ 2) $\frac{57}{20^2}$ 3) $\frac{19^3}{20^3}$ 4) $\frac{57}{20}$

12. தனிநிலைக் கணிதம்

- 1) ஓர் ஈருறுப்புச் செயலி S என்ற ஒரு கணத்தின் மீது ஒரு சார்பாக பின்வருவனவற்றிலிருந்து பெறப்படுகிறது
- 1) $S \rightarrow S$ 2) $(S \times S) \rightarrow S$ 3) $S \rightarrow (S \times S)$ 4) $(S \times S) \rightarrow (S \times S)$
- 2) கழித்தலின் கீழ் பின்வரும் எந்த கணம் அடைவு பெறவில்லை
- 1) \mathbb{R} 2) \mathbb{Z} 3) \mathbb{N} 4) \mathbb{Q}
- 3) பின்வருபவைகளில் எது \mathbb{N} -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகும்?
- 1) கழித்தல் 2) பெருக்கல் 3) வகுத்தல் 4) அனைத்தும்
- 4) மெய் எண்களின் கணம் \mathbb{R} -ன் மீது '*' பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது. இதில் எது \mathbb{R} -ன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி அல்ல?
- 1) $a * b = \min(a, b)$ 2) $a * b = \max(a, b)$ 3) $a * b = a$ 4) $a * b = a^b$
- 5) * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி $a * b = \frac{ab}{7}$ என வரையறுக்கப்படுகிறது. * எதன் மீது ஈருறுப்புச் செயலி ஆகாது ?
- 1) \mathbb{Q}^+ 2) \mathbb{Z} 3) \mathbb{R} 4) \mathbb{C}
- 6) \mathbb{Q} என்ற கணத்தில் $a \odot b = a + b + ab$ என வரையறு. பின்னர் $3 \odot (y \odot 5) = 7$ -ன் தீர்வு
- 1) $y = \frac{2}{3}$ 2) $y = \frac{-2}{3}$ 3) $y = \frac{-3}{2}$ 4) $y = 4$
- 7) \mathbb{R} -ன் மீது $a * b = \sqrt{a^2 + b^2}$ எனில் * ஆனது
- 1) பரிமாற்று விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் சேர்ப்பு வித்யை நிறைவு செய்யாது
 2) சேர்ப்பு விதிக்கு கட்டுப்படும் ஆனால் பரிமாற்று வித்யை நிறைவு செய்யாது
 3) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யும்
 4) பரிமாற்று விதி மற்றும் சேர்ப்பு விதிகளை நிறைவு செய்யாது
- 8) பின்வரும் கூற்றுகளில் எது \mathbb{T} மெய்மதிப்பை பெற்றிருக்கும் ?
- 1) $\sin x$ ஓர் இரட்டைச் சார்பு
 2) ஒவ்வொரு சதுர் அணியும் பூச்சியமற்ற கோவை அணி ஆகும்
 3) ஒரு கலப்பெண் மற்றும் அதன் இணை எண்ணின் பெருக்கற்பலன் முற்றிலும் கற்பனை
 4) $\sqrt{5}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
- 9) பின்வருபவைகளில் எது மெய்மதிப்பு \mathbb{F} ஐ பெற்றிருக்கும்?
- 1) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
 2) சென்னை இந்தியாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
 3) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு முழு எண்
 4) சென்னை சீனாவில் உள்ளது அல்லது $\sqrt{2}$ ஒரு விகிதமுறா எண்
- 10) ஒரு கூட்டுக் கூற்றில் 3 தனிக் கூற்றுகள் உட்படுத்தப்பட்டிருந்தால் அம்மெய்மை அட்டவணையின் நிரைகளின் எண்ணிக்கை
- 1) 9 2) 8 3) 6 4) 3
- 11) $(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$ -ன் எதிர்மறை கூற்று எது?
- 1) $(p \wedge q) \rightarrow (p \vee q)$ 2) $\neg(p \vee q) \rightarrow (p \wedge q)$
 3) $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ 4) $(\neg p \wedge \neg q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$
- 12) $(p \vee q) \rightarrow r$ -ன் நேர்மாறுக் கூற்று எது?
- 1) $\neg r \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ 2) $\neg r \rightarrow (p \vee q)$ 3) $r \rightarrow (p \wedge q)$ 4) $p \rightarrow (q \vee r)$
- 13) $(p \wedge q) \vee \neg q$ -ன் மெய்மை அட்டவணை கீழே தரப்பட்டுள்ளது

p	q	$(p \wedge q) \vee \neg q$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

பின்வருபவைகளில் எது உண்மை?

- | | (a) | (b) | (c) | (d) |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1) | T | T | T | T |
| 2) | T | F | T | T |
| 3) | T | T | F | T |
| 4) | T | F | F | F |

14) $\neg(p \vee \neg q)$ -ன் மெய்மை அட்டவணையில் கடைசி நிரலில் வரும் மெய்மதிப்பு F விளைவுகளின் எண்ணிக்கை

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4

15) பின்வருபவைகளில் எது சரியல்ல? p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகளுக்கு பின்வரும் தர்க்க சமமானவைகள் பெறப்படுகிறது

- 1) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ 2) $\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$
3) $\neg(p \vee q) \equiv \neg p \vee \neg q$ 4) $\neg(\neg p) \equiv p$

16)

p	q	$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$
T	T	(a)
T	F	(b)
F	T	(c)
F	F	(d)

$(p \wedge q) \rightarrow \neg p$ -ன் மெய்மை அட்டவணைக்கு பின்வருபவைகளில் எது சரி?

- | | (a) | (b) | (c) | (d) |
|----|-----|-----|-----|-----|
| 1) | T | T | T | T |
| 2) | F | T | T | T |
| 3) | F | F | F | T |
| 4) | T | T | T | F |

17) $\neg(p \vee q) \vee [p \vee (p \wedge \neg r)]$ -ன் இருமம்

- 1) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \vee (p \wedge \neg r)]$ 2) $(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \wedge \neg r)]$
3) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \wedge r)]$ 4) $\neg(p \wedge q) \wedge [p \wedge (p \vee \neg r)]$

18) $p \wedge (\neg p \vee q)$ என்ற கூற்று

- 1) ஒரு மெய்மம் 2) ஒரு முரண்பாடு

- 3) $p \wedge q$ -க்கு தர்க்க சமானமானவை 4) $p \vee q$ -க்கு தர்க்க சமானமானவை

19) பின்வரும் ஒவ்வொரு கூற்றிற்கும் அதன் மெய் மதிப்பை தீர்மானிக்க:

- (a) $4+2=5$ மற்றும் $6+3=9$ (b) $3+2=5$ மற்றும் $6+1=7$
(c) $4+5=9$ மற்றும் $1+2=4$ (d) $3+2=5$ மற்றும் $4+7=11$

- | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|
| | (a) | (b) | (c) | (d) |
| 1) | F | T | F | T |
| 2) | T | F | T | F |
| 3) | T | T | F | F |
| 4) | F | F | T | T |

20) பின்வருபவைகளில் எது உண்மையல்ல ?

- 1) ஒரு கூற்றின் மறுப்பின் மறுப்பு அக்கூற்றேயாகும்
2) ஒரு மெய்மை வட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் T எனில் அது ஒரு மெய்மமாகும்
3) ஒரு மெய்மை அட்டவணையில் இறுதி நிரல் முழுவதும் மெனில் அது ஒரு முரண்பாடாகும்
4) p மற்றும் q ஏதேனும் இரு கூற்றுகள் எனில் $p \rightarrow q$ என்பது ஒரு மெய்மமாகும்

<p>1 அணிகள் மற்றும் அணிக்கோவைகள் -பயன்பாடுகள் அலகு:1 சேர்ப்பு,நேர்மாறு மற்றும் செங்குத்து அணி முக்கிய முடிவுகள்: i) A இன் சேர்ப்புஅணி: $adjA = [A_{ij}]^T$ ii) $A^{-1} = \frac{1}{ A } adj(A)$ iii) செங்குத்து அணி: $AA^T = I$ or $A^{-1} = A^T$ iv) சேர்ப்பு அணியின் பண்புகள்: $A(adjA) = (adjA)A = A I$ $adj(AB) = (adjB)(adjA)$</p>	<p>v) நேர்மாறு அணியின் பண்புகள்: $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ vi) A and A^{-1} காணல்: $adj(A)$ கொடுக்கப்பட்டிருந்தால் $A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(A)$ $A = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(adjA)$</p>
<p>1) $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$, எனில் $A^2 - 3A - 7I_2 = O_2$ என நிறுவுக, மேலும் A^{-1} காண்க. தீர்வு: $A^2 = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 22 & 9 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ $A^2 - 3A - 7I_2 = \begin{pmatrix} 22 & 9 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -15 & -9 \\ 3 & 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -7 & 0 \\ 0 & -7 \end{pmatrix}$</p>	<p>$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ $A^2 - 3A - 7I_2 = O_2$ A^{-1} ஆல் முன் பெருக்கம் செய்ய $A - 3I - 7A^{-1} = O$ $A^{-1} = \frac{1}{7}(A - 3I) = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & -5 \end{pmatrix}$</p>

<p>2) சரிபார்க்கவும்: $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$ இங்கு</p> $A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$ <p>தீர்வு: $A^T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 9 & 7 \end{pmatrix}$ & $A^T = 5$</p> $(A^T)^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow (1)$	$A^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & -9 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ $\Rightarrow (A^{-1})^T = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 7 & -1 \\ -9 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow (2)$ <p>\therefore (1), (2) விருந்து</p> $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$
<p>3) $A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 6 & -3 & a \\ b & -2 & 6 \\ 2 & c & 3 \end{bmatrix}$ செங்குத்து அணி எனில் a ,</p> <p>b மற்றும் c காண்க. மேலும் A^{-1} காண்க.</p> <p>தீர்வு:</p> <p>A செங்குத்து அணி $\Rightarrow AA^T = I$</p> $\begin{bmatrix} a^2 + 45 & 6a + 6b + 6 & 3a - 3c + 12 \\ 6a + 6b + 6 & b^2 + 40 & 2b - 2c + 18 \\ 3a - 3c + 12 & 2b - 2c + 18 & c^2 + 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 49 & 0 & 0 \\ 0 & 49 & 0 \\ 0 & 0 & 49 \end{bmatrix}$	<p>தீர்க்க</p> $a + b = -1$ $a - c = -4 \Rightarrow a = 2 ; b = -3 ; c = 6$ $b - c = -9$ $\therefore A^{-1} = A^T = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 6 & -3 & 2 \\ -3 & -2 & 6 \\ 2 & 6 & 3 \end{bmatrix}$
<p>4) $adj(A) = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} காண்க.</p> <p>தீர்வு:</p> $ adjA = 9 \Rightarrow \sqrt{ adjA } = 3$	$A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(A)$ $= \pm \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$
<p>5) $adj(A) = \begin{bmatrix} 2 & -4 & 2 \\ -3 & 12 & -7 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$, எனில் A காண்க.</p> <p>தீர்வு:</p> $ adjA = 16 \Rightarrow \sqrt{ adjA } = 4$ $A = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(adjA)$	$adj(adjA) = \begin{bmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{bmatrix}$ $A = \pm \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 24 & 8 & 4 \\ 20 & 8 & 8 \\ 24 & 8 & 12 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 \\ 5 & 2 & 2 \\ 6 & 2 & 3 \end{bmatrix}$
<p>6) $adj(A) = \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$, எனில் A^{-1} காண்க.</p> <p>தீர்வு:</p> $A^{-1} = \pm \frac{1}{\sqrt{ adjA }} adj(A)$	$ adjA = 36 \Rightarrow \sqrt{ adjA } = 6$ $A^{-1} = \pm \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 0 & -2 & 0 \\ 6 & 2 & -6 \\ -3 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

7) $adj(A) = \begin{bmatrix} 7 & 7 & -7 \\ -1 & 11 & 7 \\ 11 & 5 & 7 \end{bmatrix}$, எனில் A காண்க

தீர்வு:

$$A = \pm \frac{1}{\sqrt{|adjA|}} adj(adjA)$$

$$|adjA| = 1764 \Rightarrow \sqrt{|adjA|} = 42$$

$$adj(adjA) = \begin{bmatrix} 42 & -84 & 126 \\ 84 & 126 & -42 \\ -126 & 42 & 84 \end{bmatrix}$$

$$A = \pm \frac{1}{42} \begin{bmatrix} 42 & -84 & 126 \\ 84 & 126 & -42 \\ -126 & 42 & 84 \end{bmatrix} = \pm \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

8) $A = \begin{bmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{bmatrix}$ எனில்

$$A(adjA) = (adjA)A = |A|I_2$$

என்பதைச் சரிபார்க்க.

தீர்வு: $adjA = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 8 \end{pmatrix}$

$$|A| = \begin{vmatrix} 8 & -4 \\ -5 & 3 \end{vmatrix} = 24 - 20 = 4$$

$$A(adjA) = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(adjA)A = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$A(adjA) = (adjA)A = |A|I_2$$

9) $\begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ என்பது செங்குத்து அணி என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$A^T = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$$

$$AA^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I_2$$

$$AA^T = A^T A = I$$

A செங்குத்து அணி

10) $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற அணியை

பிந்தையப் பெருக்கல் சங்கேத மொழியாக்க அணியாகக் கொண்டு $[2 \ -3], [20 \ 4]$ என்று

பெறப்பட்ட செய்தியை $\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ இன்

நேர்மாறு அணியின் பிந்தையப் பெருக்கற் சாவியாகக் கொண்டு சங்கேத மொழிமாற்றம் செய்க.

தீர்வு: சங்கேத மொழிமாற்றத்திற்கான அணி

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

நிரையணி	சங்கேத மொழிமாற்ற அணி	மொழிமாற்றம் செய்யப்பட்டது
$[2 \ -3]$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$	$[8 \ 5]$
$[20 \ 4]$	$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$	$[12 \ 16]$

ஆங்கில எழுத்து வரிசைப்படி

$$[8 \ 5][12 \ 16] \Rightarrow HELP$$

11) $A = \begin{pmatrix} 1 & \tan x \\ -\tan x & 1 \end{pmatrix}$, எனில்

$$A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} \cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & \cos 2x \end{bmatrix}$$
 என நிறுவுக.

தீர்வு:

$$A^T = \begin{pmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{pmatrix}$$

$$|A| = 1 + \tan^2 x = \sec^2 x$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} adjA = \frac{1}{\sec^2 x} \begin{pmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \cos^2 x \begin{pmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos^2 x & -\sin x \cos x \\ \sin x \cos x & \cos^2 x \end{pmatrix}$$

$$A^T A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -\tan x \\ \tan x & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos^2 x & -\sin x \cos x \\ \sin x \cos x & \cos^2 x \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos 2x & -\sin 2x \\ \sin 2x & \cos 2x \end{pmatrix}$$

<p>அலகு: II</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ நிரை ஏறுபடி வடிவம் ➤ அணியின் தரம் - சிற்றணிக்கோவை முறை ➤ அணியின் தரம் - நிரை ஏறுபடி வடிவம் 	<ul style="list-style-type: none"> ➤ காஸ்-ஜோர்டான் முறை: A பூச்சியமற்ற கோவை அணி எனில் $[A] \rightarrow [I_n]$ ➤ காஸ்-ஜோர்டான் முறையில் நேர்மாறு $[A/I_n] \rightarrow [I_n/A^{-1}] ; A \neq 0$
<p>12) $\begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க</p>	<p>தீர்வு: $\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -7 \end{vmatrix} = 7 - 12$ $= -5 \neq 0$ தரம் = 2</p>
<p>13) $\begin{bmatrix} 1 & -2 & -1 & 0 \\ 3 & -6 & -3 & 1 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தைக் காண்க</p>	<p>தீர்வு: $\begin{vmatrix} -1 & 0 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -1 + 0$ $= -1 \neq 0$ தரம் = 2</p>
<p>14) $\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க</p> <p>தீர்வு: $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \end{bmatrix}$</p>	<p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & -6 & -4 \end{bmatrix} \quad -2R_1 + R_2 \text{ \& } -3R_1 + R_3$</p> <p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad -2R_2 + R_3$</p> <p>$\therefore \rho(A) = 2$</p>
<p>15) $\begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க</p> <p>தீர்வு: $A = \begin{bmatrix} 3 & -8 & 5 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ -1 & 2 & 3 & -2 \end{bmatrix}$</p> <p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 2 & -5 & 1 & 4 \\ 3 & -8 & 5 & 2 \end{bmatrix} \quad R_1 \leftrightarrow R_3$</p>	<p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \\ 0 & -2 & 14 & -4 \end{bmatrix} \quad -2R_1 + R_2 \rightarrow R_2$</p> <p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & -2 & -3 & 2 \\ 0 & -1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix} \quad -2R_2 + R_3 \rightarrow R_3$</p> <p>$\therefore \rho(A) = 3$</p>
<p>16) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & -1 & 3 & 4 \\ 5 & -1 & 7 & 11 \end{bmatrix}$</p>	<p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & -6 & 2 & -4 \end{bmatrix} \quad R_2 - 2R_1 \text{ \& } R_3 - 5R_1$</p> <p>$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & -3 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad R_3 - 2R_2$</p> <p>$\therefore \rho(A) = 2$</p>

17) $\begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை

ஏறுபடி வடிவத்தைப் பயன்படுத்திக் காண்க.
தீர்வு:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -3 & 4 & -2 & -1 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ -6 & 8 & -4 & -2 \\ 6 & 2 & -1 & 7 \end{bmatrix} \quad 2 \times R_2 \rightarrow R_2$$

$$\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 10 & -5 & 5 \end{bmatrix} \quad 3R_1 + R_2 \rightarrow R_2 \text{ \& } R_2 + R_3$$

$$\sim \begin{bmatrix} 2 & -2 & 4 & 3 \\ 0 & 2 & 8 & 7 \\ 0 & 0 & -45 & -30 \end{bmatrix} \quad -5R_2 + R_3$$

$$\therefore \rho(A) = 3$$

18) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரத்தை

சிற்றணிக்கோவையைப் பயன்படுத்தி காண்க.
தீர்வு:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 4 & 3 \\ 8 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \rho(A) \leq 3$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \\ 8 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0 \quad \& \quad \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 3 \\ 1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$$

$$\therefore \rho(A) = 3$$

19) காஸ்-ஜோர்டம் நீக்கல் முறையில் $\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$

என்ற அணியின் நேர்மறுகாண்க.
தீர்வு:

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{vmatrix} = -4 + 5 = 1 \neq 0$$

$$[A/I] = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 5 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{\frac{1}{2}R_1 \rightarrow R_1} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 5 & -2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{-5R_1 + R_2 \rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{R_1 + R_2 \rightarrow R_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & \frac{1}{2} & -\frac{5}{2} & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xrightarrow{2R_2 \rightarrow R_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow [I/A^{-1}]$$

$$\therefore A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$$

<p>அலகு:III</p> <p>➤ நேர்மாறு அணிமுறையில் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்தல்</p> $ax + by = c$ $dx + ey = f$ $\begin{pmatrix} a & b \\ d & e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ f \end{pmatrix}$	<p>➤ $A \neq 0$ எனில் ஒரே ஒரு தீர்வு மட்டும்</p> $A \times X = B$ $\therefore X = A^{-1}B$ <p>➤ நடைமுறை கணக்குகள் செய்தல்</p>
<p>20) பின் வரும் நேரிய சமன்பாட்டுத் தொகுப்பை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க:</p> $5x + 2y = 3$ $3x + 2y = 5$ <p>தீர்வு: $A = \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 10 - 6 = 4$</p> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \text{adj}A = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix}$	$X = A^{-1}B = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 2 & -2 \\ -3 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 6 - 10 \\ -9 + 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$
<p>21) தீர்க்க: (ii) $2x - y = 8$</p> $3x + 2y = -2$ <p>தீர்வு: $A = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 4 + 3 = 7$</p> $A^{-1} = \frac{1}{ A } \text{adj}A = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$	$X = A^{-1}B = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$ $= \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 16 - 2 \\ -24 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$
<p>22) நேர்மாறு அணிமுறையில் தீர்க்கவும்:</p> $2x_1 + 3x_2 + 3x_3 = 5 ; x_1 - 2x_2 + x_3 = -4$ <p>மற்றும் $3x_1 - x_2 - 2x_3 = 3$</p> <p>தீர்வு:</p> $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = B$ $ A = 40 \neq 0$ $\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$	$A^{-1} = \frac{1}{ A } \text{adj}A = \frac{1}{40} \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix}$ $X = A^{-1}B$ $= \frac{1}{40} \begin{bmatrix} 5 & 3 & 9 \\ 5 & -13 & 1 \\ 5 & 11 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 5 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ $\therefore \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

23) ஒருவர் ஒரு குறிப்பிட்ட மாத ஊதியத்தில் ஒரு பணியில் அமர்த்தப்படுகிறார். ஒவ்வொரு ஆண்டும் ஒரு நிலையான ஊதிய உயர்வு அவருக்கு வழங்கப்படுகிறது. 3 ஆண்டுகளுக்குப் பிறகு அவர் பெறும் ஊதியம் ரூ.19800 மற்றும் 9 ஆண்டுகளுக்கு பிறகு அவர் பெறும் ஊதியம் ரூ.23400 எனில் அவருடைய ஆரம்ப ஊதியம் மற்றும் ஆண்டு உயர்வு எவ்வளவு என்பதை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் காண்க.

$$\begin{aligned} x + 3y &= 19800 \\ \text{தீர்வு: } x + 9y &= 23400 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19800 \\ 23400 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = B$$

$$|A| = 6 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 9 & -3 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 19800 \\ 23400 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18000 \\ 600 \end{bmatrix}$$

24) 4 ஆடவரும் 4 மகளிரும் சேர்ந்து ஒரு குறிப்பிட்ட வேலையை 3 நாட்களில் செய்து முடிப்பார்கள். அதே வேலையை 2 ஆடவரும் 5 மகளிரும் சேர்ந்து 4 நாட்களில் முடிப்பார்கள் எனில் அவ்வேலையை ஒர் ஆடவர் மற்றும் ஒரு மகளிர் தனித்தனியாக செய்து முடிப்பதற்கு எத்தனை நாட்களாகும் என்பதை நேர்மாறு அணி காணல் முறையில் தீர்க்க.

தீர்வு:

$$\text{ஆண் ஒரு நாள் செய்யும் வேலை} = \frac{1}{x}$$

$$\text{பெண் ஒரு நாள் செய்யும் வேலை} = \frac{1}{y}$$

$$\text{கணக்கின்படி: } \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{3}; \frac{2}{x} + \frac{5}{y} = \frac{1}{4}$$

$$\text{பிரதியிடுக: } \frac{1}{x} = a \text{ மற்றும் } \frac{1}{y} = b$$

$$4a + 4b = \frac{1}{3} \Rightarrow 12a + 12b = 1$$

$$2a + 5b = \frac{1}{4} \Rightarrow 8a + 20b = 1$$

$$\begin{bmatrix} 12 & 12 \\ 8 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow AX = B$$

$$|A| = 144 \Rightarrow A^{-1} = \frac{1}{144} \begin{bmatrix} 20 & -12 \\ -8 & 12 \end{bmatrix}$$

$$X = A^{-1}B \Rightarrow \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \frac{1}{144} \begin{bmatrix} 20 & -12 \\ -8 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{18} \\ \frac{1}{36} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ 36 \end{bmatrix}$$

அலகு: IV

கிராமரின் விதிப்படி சமன்பாடுகள் தீர்த்தல்

➤ $\Delta \neq 0$

எனில் கிராமரின் விதியைப்

பயன்படுத்தலாம். ஒரே ஒரு தீர்வு உண்டு

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} \quad \& \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta}$$

➤ $\Delta = 0$ எனில் கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தமுடியாது. தீர்வு இல்லை

➤ கிராமரின் விதியைப் பயன்படுத்தி நடைமுறைக் கணக்குகளை தீர்த்தல்

25) கிராமரின் விதியை பயன்படுத்தி தீர்க்க:

$$\frac{3}{x} - \frac{4}{y} - \frac{2}{z} - 1 = 0; \frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} - 2 = 0$$

$$\text{மற்றும் } \frac{2}{x} - \frac{5}{y} - \frac{4}{z} + 1 = 0$$

தீர்வு:

$$\text{பிரதியிடல்: } \frac{1}{x} = a; \frac{1}{y} = b; \frac{1}{z} = c$$

$$3a - 4b - 2c = 1$$

$$a + 2b + c = 2$$

$$2a - 5b - 4c = -1$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & -4 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -15 \neq 0$$

கிராமரின் விதிப்படி ஒரே ஒரு தீர்வு உண்டு

$$\Delta_a = \begin{vmatrix} 1 & -4 & -2 \\ 2 & 2 & 1 \\ -1 & -5 & -4 \end{vmatrix} = -15$$

$$\Delta_b = \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & -1 & -4 \end{vmatrix} = -5$$

$$\Delta_c = \begin{vmatrix} 3 & -4 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -5 & -1 \end{vmatrix} = -5$$

கிராமரின் விதிப்படி

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta}; b = \frac{\Delta_b}{\Delta}; c = \frac{\Delta_c}{\Delta}$$

$$a = 1; b = \frac{1}{3}; c = \frac{1}{3}$$

$$x = 1; y = 3; z = 3$$

26) ஒரு போட்டித் தேர்வில் ஒவ்வொரு சரியான விடைக்கும் ஒரு மதிப்பெண் வழங்கப்படுகிறது. ஒவ்வொரு தவறான விடைக்கும் 1/4 மதிப்பெண் குறைக்கப்படுகிறது. ஒரு மாணவர் 100 கேள்விகளுக்குப் படிவளித்து 80 மதிப்பெண் பெறுகிறார் எனில் அவர் எத்தனை கேள்விகளுக்குச் சரியாக பதில் அளித்திருப்பார்? கிராமரின் விதியை பயன்படுத்தி இக்கணக்கை தீர்க்கவும்.

தீர்வு: கணக்கின்படி

$$x + y = 100$$

$$x - \frac{1}{4}y = 80 \Rightarrow 4x - y = 320$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 4 & -1 \end{vmatrix} = -5$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 100 & 1 \\ 320 & -1 \end{vmatrix} = -420$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 100 \\ 4 & 320 \end{vmatrix} = -80$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 84 \text{ \& } y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 16$$

27) வேதியாளர் ஒருவரிடம் 50% அமிலத்தன்மை கொண்ட ஒரு கரைசலும் மற்றும் 25% அமிலத்தன்மை கொண்ட மற்றொரு கரைசலும் உள்ளது. அவர் 10 லிட்டர் கரைசலில் 40% அமிலத்தன்மை உள்ளவாறு ஒரு கரைசலை உருவாக்க இருவகைக் கரைசல்கள் ஒவ்வொன்றிலிருந்தும் எத்தனை லிட்டர் சேர்க்க வேண்டும்? கிராமரின் விதிப்படி தீர்க்கவும்.

தீர்வு:

$$\text{கணக்கின்படி: } x + y = 10$$

$$\frac{50}{100}x + \frac{25}{100}y = \frac{40}{100} \times 10$$

$$\Rightarrow 50x + 25y = 400$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 50 & 25 \end{vmatrix} = -25$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 400 & 25 \end{vmatrix} = -150$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 50 & 400 \end{vmatrix} = -100$$

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = 6 \text{ \& } y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = 4$$

28) ஒரு மீன் தொட்டியை பம்பு A மற்றும் பம்பு B என்பன ஒன்றாகச் சேர்ந்து 10 நிமிடங்களில் நீரை நிரப்பும். பம்பு B ஆனது நீரை உள்ளே அல்லது வெளியே ஒரே வேகத்தில் அனுப்ப இயலும். எதிபாராதவிதமாக பம்பு B ஆனது நீரை வெளியே அனுப்பினால் தொட்டி நிரம்ப 30 நிமிடங்கள் ஆகும் எனில் ஒவ்வொரு பம்பும் தொட்டியை தனித்தனியாக நிரப்ப எவ்வளவு காலம் எடுத்துக் கொள்ளும்?

தீர்வு:

ஒரு நிமிடத்தில் பம்பு A இன் திறன் = $\frac{1}{x}$

ஒரு நிமிடத்தில் பம்பு B இன் திறன் = $\frac{1}{y}$

கணக்கின்படி: $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10}$ & $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$

பிரதியிடல்: $\frac{1}{x} = a$ & $\frac{1}{y} = b$

$$10a + 10b = 1$$

$$30a - 30b = 1$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 10 & 10 \\ 30 & -30 \end{vmatrix} = -600$$

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 1 & 10 \\ 1 & -30 \end{vmatrix} = -40$$

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 10 & 1 \\ 30 & 1 \end{vmatrix} = -20$$

$$a = \frac{\Delta_a}{\Delta} \quad \& \quad b = \frac{\Delta_b}{\Delta}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{15} \quad \& \quad \frac{1}{y} = \frac{1}{30}$$

$$x = 15 \quad \& \quad y = 30$$

அலகு:V

- காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையில் சமன்பாடுகள் தீர்த்தல்
- விரிவுபடுத்தப்பட்ட அணியை ஏறுபடி வடிவில் எழுதவும்

$$[A/B] = \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ 0 & b_2 & c_2 & d_2 \\ 0 & 0 & c_3 & d_3 \end{bmatrix}$$

- எளிதான சமன்பாடுகளாக குறைத்தல்

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

$$b_2y + c_2z = d_2$$

$$c_3z = d_3$$

29) காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையில் தீர்க்கவும்

$$2x - 2y + 3z = 2 ; x + 2y - z = 3 ; 3x - y + 2z = 1$$

தீர்வு:

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -6 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

சமன்பாடுகளாக மாற்ற

$$x + 2y - z = 3$$

$$-6y + 5z = -4$$

$$z = 4$$

$$(x, y, z) = (-1, 4, 4)$$

30) $ax^2 + bx + c$ ஐ $x+3$, $x-5$ மற்றும் $x-1$ ஆல் வகுக்கும் போது மீதியானது முறையே 21, 61 மற்றும் 9 எனில் a , b மற்றும் c -ஐக் காண்க. (காஸ்ஸியன் நீக்கல் முறையை பயன்படுத்தவும்) தீர்வு:

$$p(x) = ax^2 + bx + c$$

$$p(-3) = 21 \Rightarrow 9a - 3b + c = 21$$

$$p(5) = 61 \Rightarrow 25a + 5b + c = 61$$

$$p(1) = 9 \Rightarrow a + b + c = 9$$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 9 & -3 & 1 & 21 \\ 25 & 5 & 1 & 61 \\ 1 & 1 & 1 & 9 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 9 \\ 0 & 5 & 6 & 41 \\ 0 & 0 & 1 & 6 \end{bmatrix}$$

$$a + b + c = 9$$

$$5b + 6c = 41$$

$$c = 6$$

$$\therefore (a, b, c) = (2, 1, 6)$$

31) ஒரு சிறுவன் $y = ax^2 + bx + c$ என்ற பாதையில் $(-6, 8)$, $(-2, -12)$, $(3, 8)$ எனும் புள்ளிகள் வழியாக செல்கிறான். $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் உள்ள அவனுடை நண்பனை சந்திக்க விரும்புகிறான். அவன் அவனுடைய நண்பனை சந்திப்பானா? (காஸ்ஸியன் நீக்கல் விதியை பயன்படுத்தவும்)

தீர்வு: கணக்கின்படி: $y = ax^2 + bx + c$

$$(x, y) = (-6, 8) \Rightarrow 36a - 6b + c = 8$$

$$(x, y) = (-2, -12) \Rightarrow 4a - 2b + c = -12$$

$$(x, y) = (3, 8) \Rightarrow 9a + 3b + c = 8$$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 4 & -2 & 1 & -12 \\ 9 & 3 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 36 & -6 & 1 & 8 \\ 0 & -3 & 2 & -29 \\ 0 & 0 & 1 & -10 \end{bmatrix}$$

$$36a - 6b + c = 8$$

$$-3b + 2c = -29$$

$$c = -10$$

சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க

$$(a, b, c) = (1, 3, -10)$$

$$\Rightarrow y = x^2 + 3x - 10$$

$$x = 7 \Rightarrow y = 60$$

$(7, 60)$ என்ற புள்ளி சமன்பாட்டை நிறைவு செய்வதால் அந்த பையன் $P(7, 60)$ என்ற புள்ளியில் இருக்கும் நண்பனை சந்திப்பான்.

அலகு: VI

➤ ஒருங்கமைவு சோதனை: அசமபடித்தான சமன்பாடுகள்

➤ ரூச்சி-கபெல்லி தேற்றம்

$$\rho(A) = \rho[A/B] \Rightarrow \text{ஒருங்கமைவுடையது}$$

$$\rho(A) = \rho[A/B] = 3 \Rightarrow \text{ஒரேத்தீர்வு}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rho(A) = \rho[A/B] = 2 \\ \rho(A) = \rho[A/B] = 1 \end{array} \right\} < 3 \text{ பலத் தீர்வுகள்}$$

$$\rho(A) \neq \rho[A/B] \Rightarrow \text{தீர்வு இல்லை}$$

32) λ மற்றும் μ இன் எம்மதிப்புகளுக்கு
 $2x + 3y + 5z = 9$; $7x + 3y - 5z = 8$ and
 $2x + 3y + \lambda z = \mu$ என்ற சமன்பாட்டுத் தொகுப்பு

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும் iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

தீர்வு: $[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 7 & 3 & -5 & 8 \\ 2 & 3 & \lambda & \mu \end{bmatrix}$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 5 & 9 \\ 0 & -15 & -45 & -47 \\ 0 & 0 & \lambda - 5 & \mu - 9 \end{bmatrix}$$

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது

$$\lambda = 5, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$$

ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்

$$\lambda \neq 5, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$$

iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

$$\lambda = 5, \mu = 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho\left(\frac{A}{B}\right) = 2 < 3$$

33) λ, μ - இன் எம்மதிப்புகளுக்கு
 $x + 2y + z = 7$, $x + y + \lambda z = \mu$,
 $x + 3y - 5z = 5$ என்ற சமன்பாடுகள்

(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது
(ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்
(iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளை பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

தீர்வு: $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & \lambda & \mu \\ 1 & 3 & -5 & 5 \end{bmatrix}$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 & 7 \\ 0 & 1 & -6 & -2 \\ 0 & 0 & \lambda - 7 & \mu - 9 \end{bmatrix}$$

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது

$$\lambda = 7, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$$

ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்

$$\lambda \neq 7, \mu \neq 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$$

iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

$$\lambda = 7, \mu = 9 \Rightarrow \rho(A) = \rho\left(\frac{A}{B}\right) = 2 < 3$$

34) k -ன் எம்மதிப்புகளுக்கு பின்வரும் சமன்பாடு தொகுப்பு

$$\begin{aligned} kx - 2y + z &= 1, \\ x - 2ky + z &= -2 \\ x - 2y + kz &= 1 \end{aligned}$$

(i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது
(ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்
(iii) எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகளை பெற்றிருக்கும் என்பதனை ஆராய்க.

தீர்வு: $[A/B] = \begin{bmatrix} k & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ 1 & -2 & k & 1 \end{bmatrix}$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 1 & -2k & 1 & -2 \\ k & -2 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & -2 & k & 1 \\ 0 & -2k + 2 & 1 - k & -3 \\ 0 & 0 & (k - 1)(k + 2) & k + 2 \end{bmatrix}$$

i) யாதொரு தீர்வும் பெற்றிராது

$$k = 1 \Rightarrow \rho(A) \neq \rho(A/B)$$

ii) ஒரே ஒரு தீர்வை பெற்றிருக்கும்

$$k \neq 1, k \neq -2 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$$

iii) எண்ணற்ற தீர்வுகளைப் பெற்றிருக்கும்.

$$k = -2 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 2 < 3$$

<p>அலகு:VII</p> <p>➤ சமபடித்தான சமன்பாடுகள்</p> <p>எப்பொழுதும் ஒருங்கமைவுடையது</p> <p>➤ வெளிப்படைத் தீர்வு: $A \neq 0$</p> <p>$\rho(A) = \rho[A/B] = 3$</p> <p>வெளிப்படைத் தீர்வு மட்டும்</p> <p>$\Rightarrow (x, y, z) = (0, 0, 0)$</p> <p>ஒரே ஒரு தீர்வு மட்டும்</p>	<p>➤ வெளிப்படையற்ற தீர்வுகள் : $A = 0$</p> <p>$\left. \begin{aligned} \rho(A) = \rho[A/B] = 2 \\ \rho(A) = \rho[A/B] = 1 \end{aligned} \right\} < 3$</p> <p>எண்ணிக்கையற்ற தீர்வுகள்</p>
<p>35) λ- ன் எம்மதிப்பிற்கு</p> <p>$x + y + 3z = 0, 4x + 3y + \lambda z = 0,$</p> <p>$2x + y + 2z = 0$- ன் என்ற தொகுப்பிற்கு</p> <p>(i) வெளிப்படைத் தீர்வு</p> <p>(ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும்.</p> <p>தீர்வு: $[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 0 \\ 4 & 3 & \lambda & 0 \end{bmatrix}$</p>	<p>$[A/B] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda - 8 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>(i) வெளிப்படைத் தீர்வு</p> <p>$\lambda \neq 8 \Rightarrow \rho(A) = \rho(A/B) = 3$</p> <p>(ii) வெளிப்படையற்ற தீர்வு கிடைக்கும்</p> <p>$\lambda = 8 \Rightarrow \rho(A) = \rho\left(\frac{A}{B}\right) = 2 < 3$</p>
<p>36) காஸ்லியன் நீக்கல் முறையைப் பயன்படுத்தி</p> <p>பின்வரும் வேதியல் எதிவினைச் சமன்பாட்டை சமநிலைப்படுத்துக</p> <p>$C_2H_6 + O_2 \rightarrow H_2O + CO_2$</p> <p>தீர்வு:</p> <p>$x_1C_2H_6 + x_2O_2 \rightarrow x_3H_2O + x_4CO_2$</p> <p>$C \rightarrow 2x_1 + 0x_2 + 0x_3 - x_4 = 0$</p> <p>$H \rightarrow 3x_1 + 0x_2 - x_3 + 0x_4 = 0$</p> <p>$O \rightarrow 0x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0$</p> <p>$[A/O] = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 3 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$</p>	<p>$\sim \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 3 & 0 \end{bmatrix}$</p> <p>$\rho(A) = \rho[A/O] = 3 < 4$ ஒருங்கமைவு உடையது. பலதீர்வுகள் உண்டு</p> <p>$2x_1 - x_4 = 0$</p> <p>$2x_2 - x_3 - 2x_4 = 0$</p> <p>$-2x_3 + 3x_4 = 0$</p> <p>$x_4 = t \Rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\frac{t}{2}, \frac{7t}{4}, \frac{3t}{2}, t\right)$</p> <p>$t = 4 \Rightarrow (x_1, x_2, x_3, x_4) = (2, 7, 6, 4)$</p> <p>$\therefore 2C_2H_6 + 7O_2 \rightarrow 6H_2O + 4CO_2$</p>

பாடம்:2 கலப்பெண்கள்

<p>1) சுருக்குக: $i^{-1924} + i^{2018}$ தீர்வு: $i^{-1924} = 1$ $i^{2018} = i^{2016+2} = i^2 = -1$</p>	$i^{-1924} + i^{2018} = 1 - 1 = 0$
<p>2) சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{12} i^n$</p>	<p>தீர்வு: $\sum_{n=1}^{12} i^n = i + i^2 + i^3 + i^4 + \dots + i^{12} = 0$ 12 உறுப்புகளின் கூடுதல்=0</p>
<p>3) சுருக்குக: $\sum_{n=1}^{10} i^{n+50}$</p>	$\sum_{n=1}^{10} i^{n+50} = \sum_{n=1}^8 i^{n+50} + i^{59} + i^{60}$ $= 0 + i^3 + 1$ $= -i + 1$
<p>4) சுருக்குக: $i^{59} + \frac{1}{i^{59}}$</p>	<p>தீர்வு: $i^{59} + \frac{1}{i^{59}} = i^{59} + i^{-59}$ $= i^{59} + i^{-59} = i^3 + i^{-3}$ $= -i + i = 0$</p>
<p>5) $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3$ - ஐ செவ்வக வடிவில் சுருக்குக. தீர்வு: $\frac{1+i}{1-i} = i$ மற்றும் $\frac{1-i}{1+i} = -i$</p>	$\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^3 - \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = i^3 - (-i)^3$ $= -i - i = -2i$
<p>6) $\frac{3+4i}{5-12i}$ -ஐ $x+iy$ வடிவில் எழுதுக. இதிலிருந்து மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளைக் காண்க. தீர்வு:</p> $\frac{3+4i}{5-12i} = \frac{15-48}{25+144} + i \frac{20+36}{25+144}$	$Z = \frac{-33}{169} + i \frac{56}{169}$ $Re(z) = \frac{-33}{169}$ $Im(z) = \frac{56}{169}$
<p>7) $z = 2$ எனில் $3 \leq z+3+4i \leq 7$ எனக் காட்டுக தீர்வு: $z_1 - z_2 \leq z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2$</p>	$ z - 3+4i \leq z+3+4i \leq z + 3+4i $ $ 2-5 \leq z+3+4i \leq 2+5$ $3 \leq z+3+4i \leq 7$
<p>8) $z = 3$ எனில் $7 \leq z+6-8i \leq 13$ எனக் காட்டுக. தீர்வு: $z_1 - z_2 \leq z_1 + z_2 \leq z_1 + z_2$</p>	$ z - 6-8i \leq z+6-8i \leq z + 6-8i $ $ 3-10 \leq z+6-8i \leq 3+10$ $7 \leq z+6-8i \leq 13$
<p>9) $4+3i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க. தீர்வு: $\sqrt{a+ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z +a}{2}} + i \sqrt{\frac{ z -a}{2}} \right]$ $4+3i = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5$</p>	$\sqrt{4+3i} = \pm \left[\sqrt{\frac{5+4}{2}} + i \sqrt{\frac{5-4}{2}} \right]$ $= \pm \left(\frac{3}{\sqrt{2}} + i \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

<p>10) $6 - 8i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\sqrt{a - ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z +a}{2}} - i \sqrt{\frac{ z -a}{2}} \right]$</p> $ 6 - 8i = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{6 - 8i} = \pm \left[\sqrt{\frac{10+6}{2}} - i \sqrt{\frac{10-6}{2}} \right]$ $= \pm(\sqrt{8} - i\sqrt{2})$
<p>11) $-6 + 8i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\sqrt{a + ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z +a}{2}} + i \sqrt{\frac{ z -a}{2}} \right]$</p> $ -6 + 8i = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$	$\sqrt{-6 + 8i} = \pm \left[\sqrt{\frac{10-6}{2}} + i \sqrt{\frac{10+6}{2}} \right]$ $= \pm(\sqrt{2} + i\sqrt{8})$
<p>12) $-5 - 12i$ இன் வர்க்க மூலம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\sqrt{a - ib} = \pm \left[\sqrt{\frac{ z +a}{2}} - i \sqrt{\frac{ z -a}{2}} \right]$</p> $ -5 - 12i = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$	$\sqrt{-5 - 12i} = \pm \left[\sqrt{\frac{13-5}{2}} - i \sqrt{\frac{13+5}{2}} \right]$ $= \pm(2 - 3i)$
<p>13) சுருக்குக. $\left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6} \right)^{18}$</p> <p>தீர்வு:</p> $\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6} = i \left(\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \right)$	$\left(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6} \right)^{18}$ $= i^{18}(\cos 3\pi - i \sin 3\pi)$ $= (-1)(-1) = 1$
<p>14) $\sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i \sin \frac{2k\pi}{9} \right)$-ன் மதிப்பைக் காண்க.</p> <p>தீர்வு: ω என்பது ஒன்றின் 9-ஆம் படி மூலம் எனில்</p> $1 + \omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^8 = 0$	$\omega + \omega^2 + \omega^3 + \dots + \omega^8 = -1$ $\sum_{k=1}^8 \left(\cos \frac{2k\pi}{9} + i \sin \frac{2k\pi}{9} \right) = -1$
<p>15) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில்</p> $(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6 = 128$ <p>என நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $1 + \omega + \omega^2 = 0$</p> $1 + \omega = -\omega^2 \quad \& \quad 1 + \omega^2 = -\omega$	$(1 - \omega + \omega^2)^6 + (1 + \omega - \omega^2)^6$ $= (-2\omega)^6 + (-2\omega^2)^6$ $= 2^6 \times 2 = 128$
<p>16) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில்</p> $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) \dots (1 + \omega^{2^0}) = 1$ <p>என நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $1 + \omega + \omega^2 = 0$</p> $1 + \omega = -\omega^2 \quad \& \quad 1 + \omega^2 = -\omega$	$(1 + \omega)(1 + \omega^2) = (-\omega^2)(-\omega) = 1$ $(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) = (1 + \omega)(1 + \omega^2) = 1$ $(1 + \omega)(1 + \omega^2)(1 + \omega^4)(1 + \omega^8) \dots (1 + \omega^{2^0}) = 1$

<p>17) $\left(\frac{19+9i}{5-3i}\right)^{15} - \left(\frac{8+i}{1+2i}\right)^{15}$ என்பது முழுவதும் கற்பனை எனக் காட்டுக.</p> <p>தீர்வு: $\frac{19+9i}{5-3i} = 2+3i$ மற்றும் $\frac{8+i}{1+2i} = 2-3i$</p>	$z = (2+3i)^{15} - (2-3i)^{15}$ $\bar{z} = (2-3i)^{15} - (2+3i)^{15}$ $\bar{z} = -z \text{ முழுவதும் கற்பனை}$
<p>18) $\left(\frac{19-7i}{9+i}\right)^{12} + \left(\frac{20-5i}{7-6i}\right)^{12}$ என்பது மெய் எண் எனக் காட்டுக.</p> <p>தீர்வு: $\frac{19-7i}{9+i} = 2-i$ மற்றும் $\frac{20-5i}{7-6i} = 2+i$</p>	$z = (2-i)^{12} + (2+i)^{12}$ $\bar{z} = (2+i)^{12} + (2-i)^{12}$ $\bar{z} = z \text{ முழுவதும் மெய் எண்}$
<p>19) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2}$ எனில் $x^2 + y^2 = 1$ எனக் காட்டுக.</p> <p>தீர்வு: $\arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \operatorname{Re}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0$</p>	$\operatorname{Re}\left(\frac{x+iy-1}{x+iy+1}\right) = 0$ $\operatorname{Re}\left(\frac{x-1+iy}{x+1+iy}\right) = 0$ $x^2 + y^2 = 1$
<p>20) $\operatorname{Im}\left(\frac{2z+1}{iz+1}\right) = 0$ என அமைந்தால் z-ன் நியமப்பாதை $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$ எனக் காட்டுக.</p> <p>தீர்வு: $z = x + iy$</p>	$\operatorname{Im}\left(\frac{2(x+iy)+1}{i(x+iy)+1}\right) = 0$ $\operatorname{Im}\left(\frac{2x+1+i2y}{1-y+ix}\right) = 0$ $2x^2 + 2y^2 + x - 2y = 0$
<p>21) $z = x + iy$ மற்றும் $\arg\left(\frac{z-i}{z+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ எனில், $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$ எனக் காட்டுக.</p> <p>தீர்வு: $z = x + iy$</p> $\arg(z-i) - \arg(z+2) = \frac{\pi}{4}$	$\arg(x+iy-i) - \arg(x+iy+2) = \frac{\pi}{4}$ $\tan^{-1}\left(\frac{y-1}{x}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{y}{x+2}\right) = \frac{\pi}{4}$ $x^2 + y^2 + 3x - 3y + 2 = 0$
<p>22) $\frac{1+z}{1-z} = \cos 2\theta + i \sin 2\theta$ எனில் $z = i \tan \theta$ என நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $\frac{1+z}{1-z} = e^{i2\theta} = e^{i\theta} \times e^{i\theta}$</p> $\frac{1+z}{1-z} = \frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}}$	$\frac{1+z}{1-z} = \frac{\cos \theta + i \sin \theta}{\cos \theta - i \sin \theta}$ $\frac{1+z}{1-z} = \frac{1+i \tan \theta}{1-i \tan \theta}$ $z = i \tan \theta$

<p>23) z_1, z_2, z_3 மற்றும் z_3 என்ற மூன்று கலப்பெண்கள் $z_1 = 1, z_2 = 2, z_3 = 3,$ மற்றும் $z_1 + z_2 + z_3 = 1$ என்றவாறு உள்ளது எனில் $9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3 = 6$ என நிறுவுக.</p>	<p>தீர்வு: $z_1 = \frac{1}{z_1}; z_2 = \frac{4}{z_2}; z_3 = \frac{9}{z_3}$</p> $\left \frac{1}{z_1} + \frac{4}{z_2} + \frac{9}{z_3} \right = 1$ $\left \frac{z_2z_3 + 4z_1z_3 + 9z_1z_2}{z_1z_2z_3} \right = 1$ $ 9z_1z_2 + 4z_1z_3 + z_2z_3 = 6$
<p>24) $\cos \alpha + \cos \beta + \cos \gamma = \sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 0$ எனில் (i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ (ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$ என நிறுவுக. தீர்வு: $a = cis\alpha; b = cis\beta; c = cis\gamma$ $a + b + c = 0$ $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$</p>	<p>$Cis3\alpha + Cis3\beta + Cis3\gamma = 3Cis(\alpha + \beta + \gamma)$ மெய் மற்றும் கற்பனை எண் பகுதிகளை ஒப்பிட (i) $\cos 3\alpha + \cos 3\beta + \cos 3\gamma = 3\cos(\alpha + \beta + \gamma)$ (ii) $\sin 3\alpha + \sin 3\beta + \sin 3\gamma = 3\sin(\alpha + \beta + \gamma)$</p>
<p>25) $z = \cos \theta + i \sin \theta$ எனில், $z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ மற்றும் $z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta$ என நிறுவுக.</p>	<p>தீர்வு: $z^n = \cos n\theta + i \sin n\theta \rightarrow (1)$ $\frac{1}{z^n} = \cos n\theta - i \sin n\theta \rightarrow (2)$ (1) + (2) $\Rightarrow z^n + \frac{1}{z^n} = 2 \cos n\theta$ (1) - (2) $\Rightarrow z^n - \frac{1}{z^n} = 2i \sin n\theta$</p>
<p>26) $2 \cos \alpha = x + \frac{1}{x}$ மற்றும் $2 \cos \beta = y + \frac{1}{y},$ எனக்கொண்டு கீழ்க்காண்பவைகளை நிறுவுக. (i) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2 \cos(\alpha - \beta)$ (ii) $xy - \frac{1}{xy} = 2i \sin(\alpha + \beta)$ (iii) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m} = 2i \sin(m\alpha - n\beta)$ (iv) $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n} = 2 \cos(m\alpha + n\beta)$ தீர்வு: $x = \cos \alpha + i \sin \alpha = cis \alpha$ $y = \cos \beta + i \sin \beta = cis \beta$ i) $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = cis(\alpha - \beta) + \frac{1}{cis(\alpha - \beta)}$ $= \cos(\alpha - \beta)$</p>	<p>i) $xy - \frac{1}{xy} = cis(\alpha + \beta) - \frac{1}{cis(\alpha + \beta)}$ $= 2i \sin(\alpha + \beta)$ (iii) $\frac{x^m}{y^n} - \frac{y^n}{x^m}$ $= cis(m\alpha - n\beta) - \frac{1}{cis(m\alpha - n\beta)}$ $= 2i \sin(m\alpha - n\beta)$ (iv) $x^m y^n + \frac{1}{x^m y^n}$ $= cis(m\alpha + n\beta) + \frac{1}{cis(m\alpha + n\beta)}$ $= 2 \cos(m\alpha + n\beta)$</p>

<p>27) $\omega \neq 1$ என்பது ஒன்றின் முப்படி மூலம் எனில் $(z-1)^3 + 8 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் $-1, 1-2\omega, 1-2\omega^2$ எனக் காட்டுக. தீர்வு: $(z-1)^3 = -8 = (-2)^3$ $\left(\frac{z-1}{-2}\right)^3 = 1$</p>	$\frac{z-1}{-2} = 1^{1/3}$ $z-1 = -2\{1, \omega, \omega^2\}$ <p>மூலங்கள் = $-1, 1-2\omega, 1-2\omega^2$</p>
<p>28) $\sqrt[4]{-1}$ -ன் மதிப்புகள் $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$ என நிறுவுக. தீர்வு: $z = \sqrt[4]{-1}$ $z^4 = -1 = i^2$ $z^2 = \pm i = \pm \frac{2i}{2}$</p>	$z^2 = \frac{1+i^2 \pm 2i}{2}$ $z^2 = \frac{(1 \pm i)^2}{2}$ $z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 \pm i)$
<p>29) $z^3 + 8i = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்க்க. $z \in \mathbb{C}$ தீர்வு: $z^3 = -8i$ $z^3 = (2i)^3 \times (1)$ $z = 2i \times (1)^3$</p>	$z = 2i \times \{1, \omega, \omega^2\}$ $z = 2i \times \left\{1, \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}, \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2}\right\}$ $z = 2i, -\sqrt{3} - i, \sqrt{3} - i$

பாடம்:12 தனிநிலைக் கணிதம்

<p>1) $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே வகையான பூலியன் அணிகள் எனில், $A \vee B, A \wedge B$ காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $A \vee B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \vee \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $A \wedge B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \wedge \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$</p>
<p>2) சமனி உறுப்பு ஒருமைத்தன்மை வாய்ந்தது என நிறுவுக. தீர்வு: $(S, *)$ இல் e_1, e_2 என்பன இரு சமனி உறுப்புகள் என்க.</p>	<p>e_1 சமனி உறுப்பு எனில் $e_2 * e_1 = e_1 * e_2 = e_2 \rightarrow (1)$ e_2 சமனி உறுப்பு எனில் $e_1 * e_2 = e_2 * e_1 = e_1 \rightarrow (2)$ (1) , (2) இலிருந்து $e_1 = e_2$</p>
<p>3) எதிர்மறை உறுப்பின் ஒருமைத்தன்மையை நிறுவுக. தீர்வு: a இன் எதிர்மறை உறுப்புகள் a_1, a_2 என்க. a இன் எதிர்மறை a_1 எனில் $a * a_1 = a_1 * a = e \rightarrow (1)$</p>	<p>a இன் எதிர்மறை a_2 எனில் $a * a_2 = a_2 * a = e \rightarrow (2)$ (1) , (2) இலிருந்து $a_1 = a_2$</p>

<p>4) $a * b = \frac{a-1}{b-1}$, $a, b \in Q$ எனில் * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா எனக் காண்க. தீர்வு: $b = 1$ எனில் $b - 1 = 0$ $a * b = \frac{a-1}{0}$; வரையறுக்கப் படாதது</p>	<p>எனவே * ஆனது Q-ன் மீது அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யாது. ஆனால் $Q - \{1\}$ இல் * அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யும்</p>
<p>5) $a * b = a + 3ab - 5b^2$; $a, b \in Z$ எனில் * என்ற ஈருறுப்புச் செயலி அடைவுப் பண்பைப் பெற்றுள்ளதா எனக் காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $a = 1$ மற்றும் $b = -2$ எனில் $a * b = 1 + 3(1)(-2) - 5(-2)^2$ $= 1 - 6 - 20 = -25 \in Z$ எனவே * ஆனது Z-ன் மீது அடைவு பண்பை நிறைவுசெய்யும்.</p>
<p>6) $a * b = a^b$; $a, b \in N$ எனில் * ஆனது (i) அடைவு பண்பு (ii) பரிமாற்று பண்பு (iii) சேர்ப்பு பண்பு ஆகியவற்றை நிறைவு செய்யுமா என சரிபார்க்க. தீர்வு: (i) அடைவு பண்பு $2, 3 \in N$ எனில் $2^3 = 8 \in N$ எனவே அடைவு பண்பு உண்மை</p>	<p>(ii) பரிமாற்று பண்பு $a * b = 2^3 = 8$ $b * a = 3^2 = 9$ $a * b \neq b * a$ பரிமாற்று பண்பு இல்லை (iii) சேர்ப்பு பண்பு $a * (b * c) = a * b^c = a^{b^c}$ $(a * b) * c = a^b * c = a^{bc}$ $a * (b * c) \neq (a * b) * c$ சேர்ப்பு பண்பு நிறைவு செய்யாது</p>
<p>7) R இன் மீது $a * b = a\sqrt{b}$ என வரையறுக்கப்பட்டிருக்கும் * ஒரு ஈருறுப்பு செயலியா என சரிபார்க்க.</p>	<p>தீர்வு: $a = 2$ மற்றும் $b = -1$ $a * b = 2\sqrt{-1} = 2i \notin R$ எனவே * ஆனது R-இல் ஈருறுப்பு செயலி அல்ல.</p>
<p>8) Z-இன் மீது \otimes என்ற செயலி $m \otimes n = m^n + n^m$; $\forall m, n \in Z$ என வரையறுக்கப்பட்டால் அது அடைவு பண்பை நிறைவு செய்யுமா என சரிபார்க்க.</p>	<p>தீர்வு: $m = -1$, $n = 2$ எனில் $m^n = (-1)^2 = 1 \in Z$ $n^m = (2)^{-1} = \frac{1}{2} \notin Z$ $\Rightarrow m \otimes n \notin Z$ எனவே அடைவு விதியை நிறைவு செய்யாது</p>
<p>9) R இன் மீது * ஆனது $a * b = a + b + ab - 7$ என வரையறுக்கப்பட்டால் *, R இன் மீது அடைவு பண்பு பெற்றுள்ளதா? அவ்வாறெனில், $3 * \left(\frac{-7}{15}\right)$ காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $a, b \in R$ $\Rightarrow a + b \in R, ab \in R$ $\Rightarrow a * b \in R$, * ஆனது அடைவு பண்பை பெற்றுள்ளது $3 * \left(\frac{-7}{15}\right) = 3 + \left(\frac{-7}{15}\right) + 3\left(\frac{-7}{15}\right) - 7$ $= \frac{-7}{15} - \frac{21}{15} - 4 = \frac{-88}{15}$</p>

10) $p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	$\neg p$	$p \rightarrow q$	$\neg p \vee q$
T	T	F	T	T
T	F	F	F	F
F	T	T	T	T
F	F	T	T	T

$$p \rightarrow q \equiv \neg p \vee q$$

$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	$p \leftrightarrow q$	$\neg(p \leftrightarrow q)$	$\neg q$	$p \leftrightarrow \neg q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	F	T	F

$$\neg(p \leftrightarrow q) \equiv p \leftrightarrow \neg q$$

11) டிமார்கன் விதி: (i)

$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

$$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$$

டிமார்கன் விதி: (ii)

$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	T	F	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F
F	F	F	T	T	T	T

$$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$$

12) $\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$ என்பதைச் சரிபார்க்கவும்.

தீர்வு:

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg(p \rightarrow q)$	$\neg q$	$p \wedge \neg q$
T	T	T	F	F	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	F
F	F	T	F	T	F

$$\neg(p \rightarrow q) \equiv p \wedge \neg q$$

$p \rightarrow q$ மற்றும் $q \rightarrow p$ ஆகியவைகள் சமானமற்றவை எனக் காட்டுக.

தீர்வு:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	T	F
F	F	T	T

$$p \rightarrow q \neq q \rightarrow p$$

13) $((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$ என்பது மெய்யம்

அல்லது முரண்பாடு அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	$p \vee q$	$\neg p$	$(p \vee q) \wedge \neg p$	$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q$
T	T	T	F	F	T
T	F	F	F	F	T
F	T	F	T	T	T
F	F	F	T	F	T

$$((p \vee q) \wedge \neg p) \rightarrow q \text{ என்பது மெய்யம்}$$

$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$ என்பது மெய்யம் அல்லது முரண்பாடு

அல்லது நிச்சயமின்மை என்பதைக் காண்க.

தீர்வு:

p	q	$p \wedge q$	$p \vee q$	$\neg(p \vee q)$	$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q)$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	F
F	T	F	T	F	F
F	F	F	F	T	F

$$(p \wedge q) \wedge \neg(p \vee q) \text{ என்பது முரண்பாடு}$$

14) சேர்ப்பு விதி : $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ என மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி :

p	q	r	$q \vee r$	$p \vee (q \vee r)$	$p \vee q$	$(p \vee q) \vee r$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F	F

$$p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$$

பங்கீட்டு விதி: $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ என மெய்யட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிரூபி.

p	q	r	$q \wedge r$	$p \vee (q \wedge r)$	$p \vee q$	$p \vee r$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F
F	F	F	F	F	F	F	F

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$$

15) $(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$ இன் மெய்யட்டவணையை அமைக்கவும்.

p	q	r	$\neg p$	$\neg p \rightarrow r$	$p \leftrightarrow q$	$(\neg p \rightarrow r) \wedge (p \leftrightarrow q)$
T	T	T	F	T	T	T
T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	F	T	F	F
T	F	F	F	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	T	F	T	F	F	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	F	T	F

$p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$ என்பதை மெய்மை அட்டவணையைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.

p	q	r	$\neg q$	$\neg q \vee r$	$p \rightarrow (\neg q \vee r)$	$\neg p$	$\neg p \vee (\neg q \vee r)$
T	T	T	F	T	T	F	T
T	T	F	F	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	T	T
F	T	F	F	F	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

$$p \rightarrow (\neg q \vee r) \equiv \neg p \vee (\neg q \vee r)$$

16) மட்டுக் கூட்டல் 5 செயலி

அட்டவணையைப்

பயன்படுத்தி கணம் Z_5 இன் மீது $+_5$ என்ற செயலிக்கு

- i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு
iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

தீர்வு:

$+_5$	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை

ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை

iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை

iv) சமனிப் உறுப்பு = 0

v) எதிர்மறைப் பண்பு

0 இன் எதிர்மறை = 0

1 இன் எதிர்மறை = 4

2 இன் எதிர்மறை = 3

3 இன் எதிர்மறை = 2

4 இன் எதிர்மறை = 1

17) $A = \{1, 3, 4, 5, 9\}$ இன் மீது \times_{11} என்ற செயலிக்கு

- i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு
iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு
v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

தீர்வு:

\times_{11}	1	3	4	5	9
1	1	3	4	5	9
3	3	9	1	4	5
4	4	1	5	9	3
5	5	4	9	3	1
9	9	5	3	1	4

- i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை
ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை
iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை
iv) சமனிப் உறுப்பு = 1
v) எதிர்மறைப் பண்பு

1 இன் எதிர்மறை = 1

3 இன் எதிர்மறை = 4

4 இன் எதிர்மறை = 3

5 இன் எதிர்மறை = 9

9 இன் எதிர்மறை = 5

18) $M = \left\{ \begin{pmatrix} x & x \\ x & x \end{pmatrix} : x \in R - \{0\} \right\}$ என்க. *

என்பது அணிப் பெருக்கல் எனக் கொள்க. *
ஆனது M ன் மீது i) அடைவுப் பண்பு ii) பரிமாற்றுப் பண்பு

- iii) சேர்ப்புப் பண்பு iv) சமனிப் பண்பு
v) எதிர்மறைப் பண்பு ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

- தீர்வு: i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை
ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை
iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை
iv) சமனிப் பண்பு - உண்மை

$$E = \begin{pmatrix} 1/2 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \in M$$

- v) எதிர்மறைப் உறுப்பு

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4x & 4x \\ 1 & 1 \\ 4x & 4x \end{pmatrix} \in M$$

19) $A = Q - \{1\}$ என்க. A -ன் மீது *

பின்வருமாறு வரையறுக்கப்படுகிறது.

$$x * y = x + y - xy \text{ எனில்}$$

- * ஆனது A ன் மீது i) அடைவுப் பண்பு
ii) பரிமாற்றுப் பண்பு iii) சேர்ப்புப் பண்பு
iv) சமனிப் பண்பு v) எதிர்மறைப் பண்பு
ஆகியவற்றை சரிபார்க்க.

- தீர்வு: i) அடைவுப் பண்பு - உண்மை
ii) பரிமாற்றுப் பண்பு - உண்மை
iii) சேர்ப்புப் பண்பு - உண்மை
iv) சமனிப் பண்பு
சமனி உறுப்பு $e = 0$
v) எதிர்மறைப் பண்பு

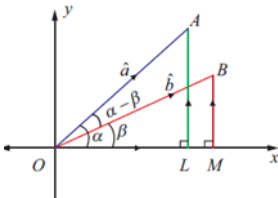
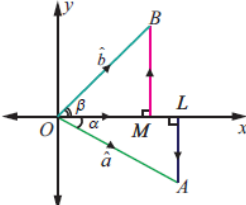
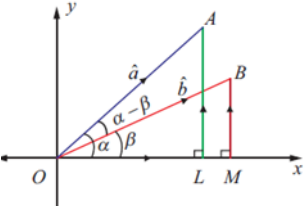
$$x \text{ இன் எதிர்மறை } x^{-1} = \frac{-x}{1-x} \in A$$

பாடம்: 6 வெக்டர் இயற்கணிதம்

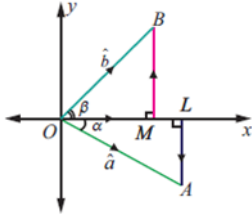
<p>1) $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{j}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) + s(-\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{u} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{v} = -\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$</p>	$\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$ $\cos\theta = \frac{ -1 - 4 - 4 }{\sqrt{1+4+4}\sqrt{1+4+4}} = \frac{9}{9} = 1$ $\theta = 0^\circ$
<p>2) $\frac{x+4}{3} = \frac{y-7}{4} = \frac{z+5}{5}$, $\vec{r} = 4\hat{k} + t(2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{u} = 3\hat{i} + 4\hat{j} + 5\hat{k}$ $\vec{v} = 2\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$</p> $\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$	$\cos\theta = \frac{ 6 + 4 + 5 }{\sqrt{9 + 16 + 25}\sqrt{4 + 1 + 1}}$ $\cos\theta = \frac{15}{5\sqrt{2}\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{2}\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $\theta = \frac{\pi}{6}$
<p>3) $2x = 3y = -z$ மற்றும் $6x = -y = -4z$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: கோடுகள் $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-6}$ மற்றும் $\frac{x}{2} = \frac{y}{-12} = \frac{z}{-3}$</p>	$\vec{u} = 3\hat{i} + 2\hat{j} - 6\hat{k}$ $\vec{v} = 2\hat{i} - 12\hat{j} - 3\hat{k}$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 6 - 24 + 18 = 0$ $\theta = \frac{\pi}{2}$
<p>4) $\frac{x-4}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-2}$ மற்றும் $\frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z-2}{2}$ என்ற கோடுகளுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணம் காண்க. இவ்விரு கோடுகளும் இணையானவையா அல்லது செங்குத்தானவையா எனக்காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{u} = 2\hat{i} + 1\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{v} = 4\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$</p>	$\cos\theta = \frac{ \vec{u} \cdot \vec{v} }{ \vec{u} \vec{v} }$ $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8 - 4 - 4 = 0$ $\theta = \frac{\pi}{2}$ <p>இரு கோடுகளும் செங்குத்தானவை</p>
<p>5) $\frac{x-1}{4} = \frac{2-y}{6} = \frac{z-4}{12}$ மற்றும் $\frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{5-z}{6}$ என்ற கோடுகள் இணையானவை என நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: கோடுகள்</p> $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{-6} = \frac{z-4}{12} \text{ மற்றும் } \frac{x-3}{-2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-5}{-6}$	$\vec{u} = 4\hat{i} - 6\hat{j} + 12\hat{k}$ $\vec{v} = -2\hat{i} + 3\hat{j} - 6\hat{k}$ $\vec{u} = -2\vec{v} \text{ எனவே இரு கோடுகளும் இணை}$
<p>6) $\frac{x-5}{5m+2} = \frac{2-y}{5} = \frac{1-z}{-1}$ மற்றும் $x = \frac{2y+1}{4m} = \frac{1-z}{-3}$ என்ற கோடுகள் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனில் m-இன் மதிப்பைக் காண்க.</p> <p>தீர்வு: கோடுகள்</p> $\frac{x-5}{5m+2} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-1}{+1} \text{ மற்றும் } \frac{x}{1} = \frac{y+\frac{1}{2}}{2m} = \frac{z-1}{+3}$	<p>செங்குத்து எனில் $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$</p> $5m + 2 - 10m + 3 = 0$ $-5m + 5 = 0$ $m = 1$

<p>7) $\vec{r} \cdot (2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}) = 11$ மற்றும் $4x - 2y + 2z = 15$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{n}_1 = 2\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{n}_2 = 4\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$</p>	$\cos\theta = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 }$ $\cos\theta = \frac{ 8 - 4 + 4 }{\sqrt{4+4+4}\sqrt{16+4+4}}$ $\cos\theta = \frac{8}{\sqrt{12}\sqrt{24}} = \frac{8}{2\sqrt{3} \times 2\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$ $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$
<p>8) $\vec{r} \cdot (\hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}) = 3$ மற்றும் $2x - 2y + z = 2$ ஆகிய தளங்களுக்கு இடைப்பட்ட குறுங்கோணத்தைக் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{n}_1 = \hat{i} + \hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{n}_2 = 2\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$</p> $\cos\theta = \frac{ \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 }{ \vec{n}_1 \vec{n}_2 }$	$\cos\theta = \frac{ 2 - 2 - 2 }{\sqrt{1+1+4}\sqrt{4+4+1}}$ $\cos\theta = \frac{ -2 }{\sqrt{6}\sqrt{9}} = \frac{2}{3\sqrt{6}}$ $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3\sqrt{6}}\right)$
<p>9) $\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $\vec{r} \cdot (6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{b} = \hat{i} + 2\hat{j} - 2\hat{k}$ $\vec{n} = 6\hat{i} + 3\hat{j} + 2\hat{k}$</p> $\sin\theta = \frac{ \vec{b} \cdot \vec{n} }{ b n }$	$\sin\theta = \frac{ 6 + 6 - 4 }{\sqrt{1+4+4}\sqrt{36+9+4}}$ $\sin\theta = \frac{8}{\sqrt{9}\sqrt{49}} = \frac{8}{3 \times 7}$ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{8}{21}\right)$
<p>10) $\vec{r} = (2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}) + t(\hat{i} - \hat{j} + \hat{k})$ என்ற கோட்டிற்கும் $2x - y + z = 5$ என்ற தளத்திற்கும் இடைப்பட்ட கோணம் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ $\vec{n} = 2\hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$</p> $\sin\theta = \frac{ \vec{b} \cdot \vec{n} }{ b n }$	$\sin\theta = \frac{ 2 + 1 + 1 }{\sqrt{1+1+1}\sqrt{4+1+1}}$ $\sin\theta = \frac{4}{\sqrt{3}\sqrt{6}} = \frac{4}{\sqrt{18}}$ $\theta = \sin^{-1}\left(\frac{4}{3\sqrt{2}}\right)$
<p>11) $\hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}, 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் என நிரூபிக்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{a} = \hat{i} + 2\hat{j} - 3\hat{k}$ $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$</p>	<p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$ $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0$ <p>$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள்</p>

<p>12) $2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$, $3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ மற்றும் $\hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் m-இன் மதிப்பு காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ $\vec{b} = 3\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{c} = \hat{i} + m\hat{j} + 4\hat{k}$</p> <p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \\ 1 & m & 4 \end{vmatrix} = 0$ $2(8 - m) + 1(12 - 1) + 3(3m - 2) = 0$ $7m + 21 = 0$ $\Rightarrow m = -3$
<p>13) $2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$, $\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ மற்றும் $3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்களாகுமா எனக் காண்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k}$ $\vec{c} = 3\hat{i} + \hat{j} + 3\hat{k}$</p>	<p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$ $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$ <p>$\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன ஒரு தள வெக்டர்கள்</p>
<p>14) $a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$, $\hat{i} + \hat{k}$ மற்றும் $c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$ ஆகிய வெக்டர்கள் ஒரு தள வெக்டர்கள் எனில் a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும் என நிரூபிக்க.</p> <p>தீர்வு: $\vec{a} = a\hat{i} + a\hat{j} + c\hat{k}$ $\vec{b} = \hat{i} + \hat{k}$ $\vec{c} = c\hat{i} + c\hat{j} + b\hat{k}$</p>	<p>ஒரு தள வெக்டர்களாக அமைய நிபந்தனை</p> $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}] = 0$ $\begin{vmatrix} a & a & c \\ 1 & 0 & 1 \\ c & c & b \end{vmatrix} = 0$ $c^2 = ab$ <p>a மற்றும் b ஆகியவற்றின் பெருக்குச் சராசரி c ஆகும்.</p>
<p>15) $(6, -7, 0)$, $(16, -19, -4)$, $(0, 3, -6)$, $(2, -5, 10)$ என்ற நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும் என நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு:</p> $\vec{AB} = 10\hat{i} - 12\hat{j} - 4\hat{k}$ $\vec{AC} = -6\hat{i} + 10\hat{j} - 6\hat{k}$ $\vec{AD} = -4\hat{i} + 2\hat{j} + 10\hat{k}$	$[\vec{AB}, \vec{AC}, \vec{AD}] = \begin{vmatrix} 10 & -12 & -4 \\ -6 & 10 & -6 \\ -4 & 2 & 10 \end{vmatrix} = 0$ <p>நான்கு புள்ளிகளும் ஒரே தளத்தில் அமையும்.</p>
<p>16) $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ என்பன மூன்று வெக்டர்கள் எனில் $[\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ என நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $\vec{p} = \vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$ $\vec{q} = \vec{a} + \vec{b} + 0\vec{c}$ $\vec{r} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$</p>	$[\vec{a} + \vec{c}, \vec{a} + \vec{b}, \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}]$ $= \begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ $= [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$

<p>17) $[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}] = 0$ என நிறுவுக. தீர்வு:</p> $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b} + 0\vec{c}$ $\vec{q} = 0\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ $\vec{r} = -\vec{a} + 0\vec{b} + \vec{c}$	$[\vec{a} - \vec{b}, \vec{b} - \vec{c}, \vec{c} - \vec{a}]$ $= \begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{vmatrix} [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]$ $= 0$
<p>18) ஏதேனும் ஒரு வெக்டர் \vec{a} க்கு $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = 2\vec{a}$ என நிறுவுக. தீர்வு:</p> $\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \hat{i})\hat{i}$ $\hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \hat{j})\hat{j}$ $\hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k}) = \vec{a} - (\vec{a} \cdot \hat{k})\hat{k}$	$\hat{i} \times (\vec{a} \times \hat{i}) + \hat{j} \times (\vec{a} \times \hat{j}) + \hat{k} \times (\vec{a} \times \hat{k})$ $= 3\vec{a} - \vec{a}$ $= 2\vec{a}$
<p>19) $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக. தீர்வு:</p> 	$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos(\alpha - \beta)$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$
<p>20) $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.</p> 	$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} - \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos(\alpha + \beta)$ $\hat{a} \cdot \hat{b} = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
<p>21) $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$ என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.</p> 	$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} + \sin\alpha \hat{j}$ $\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k} \sin(\alpha - \beta)$ $\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}(\sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta)$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

22) $\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$
என வெக்டர் முறையில் நிறுவுக.



$$\hat{a} = \cos\alpha \hat{i} - \sin\alpha \hat{j}$$

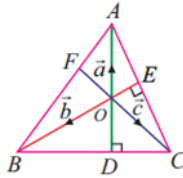
$$\hat{b} = \cos\beta \hat{i} + \sin\beta \hat{j}$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k} \sin(\alpha + \beta)$$

$$\hat{b} \times \hat{a} = \hat{k}(\sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta)$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

23) ஒரு முக்கோணத்தின் உச்சிகளிலிருந்து அவற்றிற்கு எதிரேயுள்ள பக்கங்களுக்கு வரையப்படும் செங்குத்துக் கோடுகள் ஒரு புள்ளியில் சந்திக்கும் என நிறுவுக.



$$\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$$

$$\vec{b} \cdot \vec{a} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$$

கூடுதல் $\vec{a} \cdot \vec{c} - \vec{b} \cdot \vec{c} = 0$

$$\vec{CO} \cdot \vec{AB} = 0$$

24) $(0, 1, -5)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்லும் மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + s(2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k})$ மற்றும் $\vec{r} = (\hat{i} - 3\hat{j} + 5\hat{k}) + t(\hat{i} + \hat{j} - \hat{k})$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையாக உள்ளதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = 0\hat{i} + \hat{j} - 5\hat{k}$

$$\vec{u} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$$

$$\vec{v} = \hat{i} + \hat{j} - \hat{k}$$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (9\hat{i} - 8\hat{j} + \hat{k}) = -13$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$9x - 8y + z = -13$$

25) $(2, 3, 6)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-3}{1}$ மற்றும் $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+1}{-3}$ என்ற கோடுகளுக்கு இணையானதுமான தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 6\hat{k}$

$$\vec{u} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + 1\hat{k}$$

$$\vec{v} = 2\hat{i} - 5\hat{j} - 3\hat{k}$$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (\hat{i} - 2\hat{j} + 4\hat{k}) = 20$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$x - 2y + 4z = 20$$

26) $(1, -2, 4)$ என்ற புள்ளி வழிச் செல்வதும் $x + 2y - 3z = 11$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாகவும் $\frac{x+7}{3} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$
 $\vec{u} = 1\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$
 $\vec{v} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (\vec{i} + 10\vec{j} + 7\vec{k}) = 9$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$x + 10y + 7z = 9$$

27) $\vec{r} = (\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}) + t(2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k})$ என்ற கோட்டை உள்ளடக்கியதும் $\vec{r} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) = 8$ என்ற தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான தளத்தின் துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$
 $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$
 $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s\vec{u} + t\vec{v}$$

$$\vec{r} = \vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k} + s(2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}) + t(\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k})$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$9x - 2y - 5z + 4 = 0$$

28) $(-1, 2, 0), (2, 2, -1)$ என்ற புள்ளிகள் வழியாகச் செல்வதும் $\frac{x-1}{1} = \frac{2y+1}{2} = \frac{z+1}{-1}$ என்ற கோட்டிற்கு இணையாகவும் உள்ள தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு, துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k}$
 $\vec{b} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$
 $\vec{v} = \vec{i} + 1\vec{j} - 1\vec{k}$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$$

$$\vec{r} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 0\vec{k} + s(3\vec{i} + 0\vec{j} - \vec{k}) + t(\vec{i} + \vec{j} - \vec{k})$$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}) = 3$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

$$x + 2y + 3z = 3$$

29) $(2, 2, 1), (9, 3, 6)$ ஆகிய புள்ளிகள் வழிச் செல்லக்கூடியதும் $2x + 6y + 6z = 9$ என்ற தளத்திற்கு செங்குத்தாக அமைவதுமான தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$
 $\vec{b} = 9\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$
 $\vec{v} = 2\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k}$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$$

$$\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) + s(7\vec{i} + \vec{j} + 5\vec{k}) + t(2\vec{i} + 6\vec{j} + 6\vec{k})$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

$$3x + 4y - 5z - 9 = 0$$

30) $(2, 2, 1)$, $(1, -2, 3)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்வதும் $(2, 1, -3)$ மற்றும் $(-1, 5, -8)$ என்ற புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் நேர்க்கோட்டிற்கு இணையாகவும் அமையும் தளத்தின் துணையலகு வெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$
 $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$
 $\vec{v} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k}$

துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t\vec{v}$$

$$\vec{r} = (2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) + s(-\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}) + t(3\vec{i} - 4\vec{j} + 5\vec{k})$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

$$12x - 11y - 16z + 14 = 0$$

31) $(3, 6, -2)$, $(-1, -2, 6)$ மற்றும் $(6, -4, -2)$ ஆகிய ஒரே கோட்டிலமையாத மூன்று புள்ளிகள் வழிச் செல்லும் தளத்தின் துணையலகு, துணையலகு அல்லாதவெக்டர் மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = 3\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}$
 $\vec{b} = -\vec{i} - 2\vec{j} + 6\vec{k}$
 $\vec{c} = 6\vec{i} - 4\vec{j} - 2\vec{k}$
 துணையலகு வடிவ வெக்டர் சமன்பாடு

$$\vec{r} = \vec{a} + s(\vec{b} - \vec{a}) + t(\vec{c} - \vec{a})$$

$$\vec{r} = (2\vec{i} + 6\vec{j} - 2\vec{k}) + s(-4\vec{i} - 8\vec{j} + 8\vec{k}) + t(3\vec{i} - 10\vec{j})$$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot ((\vec{b} - \vec{a}) \times (\vec{c} - \vec{a})) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (10\vec{i} + 3\vec{j} + 8\vec{k}) = 32$$

கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x_2 - x_1 & y_2 - y_1 & z_2 - z_1 \\ x_3 - x_1 & y_3 - y_1 & z_3 - z_1 \end{vmatrix} = 0$$

$$10x + 3y + 8z = 32$$

32) $\vec{r} = (6\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}) + s(-\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}) + t(-5\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k})$ என்ற தளத்தில் துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு மற்றும் கார்டீசியன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு: $\vec{a} = 6\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$
 $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$
 $\vec{v} = -5\vec{i} - 4\vec{j} - 5\vec{k}$

துணையலகு அல்லாதவெக்டர் சமன்பாடு

$$(\vec{r} - \vec{a}) \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = 0$$

$$\vec{r} \cdot (3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}) = 6$$

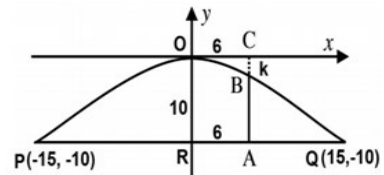
கார்டீசியன் சமன்பாடு

$$\begin{vmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix} = 0$$

$$3x + 5y - 7z = 6$$

பாடம்-6 இருபரிமாண பகுமுறை வடிவியல்-II

1) ஒரு பாலம் பரவளைய வளைவில் உள்ளது. மையத்தில் 10மீ உயரமும் அடிப்பகுதியில் 30மீ அகலமும் உள்ளது. மையத்திலிருந்து இருபுறமும் 6மீ தூரத்தில் பாலத்தின் உயரத்தைக் காண்க.



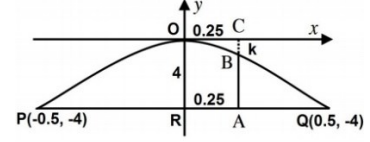
பரவளைய சமன்பாடு

$$x^2 = -4ay$$

$$a = \frac{225}{40}$$

$$\text{உயரம்} = 8.4 \text{ மீ}$$

2) ஒரு நீருற்றில் ஆதியிலிருந்து 0.5 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் அதிகபட்ச உயரம் 4மீ, நீரின் பாதை ஒரு பரவளையம் எனில் ஆதியிலிருந்து 0.75 மீ கிடைமட்டத் தூரத்தில் நீரின் உயரத்தைக் காண்க.



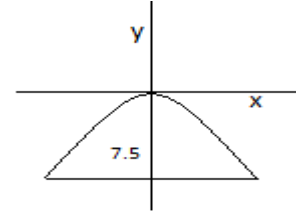
பரவளைய சமன்பாடு

$$x^2 = -4ay$$

$$a = \frac{0.25}{16}$$

$$\text{உயரம்} = 3 \text{ மீ}$$

3) தரைமட்டத்திலிருந்து 7.5மீ உயரத்தில் தரைக்கு இணையாகப் பொருத்தப்பட்ட ஒரு குழாயிலிருந்து வெளியேறும் நீர் தரையைத் தொடும் பாதை ஒரு பரவளையத்தை ஏற்படுத்துகிறது. மேலும் இந்தப் பரவளையப் பாதையின் முனை குழாயின் வாயில் அமைகிறது. குழாய் மட்டத்திற்கு 2.5மீ கீழே நீரின் பாய்வானது குழாயின் முனை வழியாகச் செல்லும் நிலை குத்துக் கோட்டிற்கு 3மீ தூரத்தில் உள்ளது. எனில் குத்துக் கோட்டிலிருந்து எவ்வளவு தூரத்திற்கு அப்பால் நீரானது தரையில் விழும் என்பதைக் காண்க.



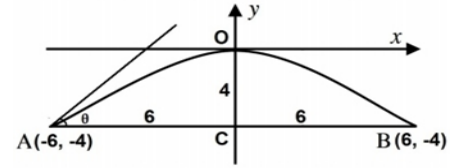
பரவளைய சமன்பாடு

$$x^2 = -4ay$$

$$a = \frac{9}{10}$$

$$\text{உயரம்} = 3\sqrt{3} \text{ மீ}$$

4) ஒரு ராக்கெட் வெடியானது கொளுத்தும் போது அது ஒரு பரவளையப் பாதையில் செல்கிறது. அதன் உச்ச உயரம் 4மீ ஐ எட்டும்போது அது கொளுத்தப்பட்ட இடத்திலிருந்து கிடைமட்டத்தூரம் 6 மீ தொலைவிலுள்ளது. இறுதியாக கிடைமட்டமாக 12 மீ தொலைவில் தரையை வந்தடைகிறது எனில் புறப்பட்ட இடத்தில் தரையுடன் ஏற்படுத்தப்படும் எறிகோணம் காண்க.



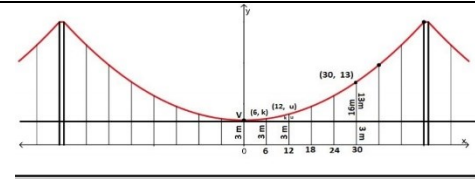
பரவளைய சமன்பாடு

$$x^2 = -4ay$$

$$a = \frac{9}{4}$$

$$\text{எறிகோணம்} = \tan^{-1}\left(\frac{4}{3}\right)$$

5) ஒரு தொங்கு பாலத்தின் 60 மீ சாலைப்பகுதிக்கு பரவளைய கம்பி வடம் படத்தில் உள்ளவாறு பொறுத்தப்பட்டுள்ளது. செங்குத்துக் கம்பி வடங்கள் சாலைப்பகுதியில் ஒவ்வொன்றுக்கும் 6 மீ இடைவெளி இருக்குமாறு அமைக்கப்பட்டுள்ளது. முனையிலிருந்து முதல் இரண்டு செங்குத்து கம்பி வடங்களுக்கான நீளத்தைக் காண்க.



பரவளைய சமன்பாடு

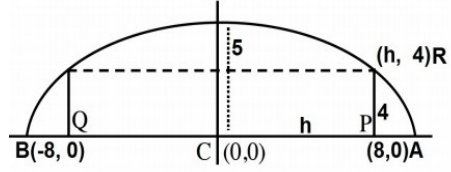
$$x^2 = 4ay$$

$$4a = \frac{900}{13}$$

$$\text{முதல் கம்பிவடம் நீளம்} = 3.52 \text{ மீ}$$

$$\text{2வது கம்பிவடம் நீளம்} = 5.08 \text{ மீ}$$

6) ஒரு நான்கு வழிச் சாலைக்கான மலைவழியே செல்லும் சுரங்கப்பாதையின் முகப்பு ஒரு நீள்வட்ட வடிவமாக உள்ளது. நெடுஞ்சாலையின் மொத்த அகலம் (முகப்பு அல்ல) 16 மீ. சாலையின் விளிம்பில் சுரங்கப்பாதையின் உயரம் , 4மீ உயரமுள்ள சரக்கு வாகனம் செல்வதற்குத் தேவையான அளவிற்கும் முகப்பின் அதிகபட்ச உயரம் 5மீ ஆகவும் இருக்க வேண்டுமெனில் சுரங்கப்பாதையின் திறப்பின் அகலம் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?



நீள்வட்ட சமன்பாடு

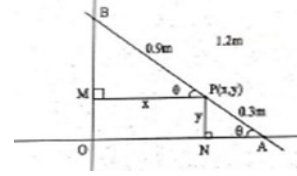
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$b^2 = 25,$$

$$a = 13.33$$

$$\text{அகலம்} = 26.7 \text{ மீ}$$

7) 1.2 மீ நீளமுள்ள தடி அதன் முனைகள் எப்போதும் ஆய அச்சுகளைத் தொட்டுச் செல்லுமாறு நகருகின்றது. தடியின் x-அச்ச முனையிலிருந்து 0.3 மீ தூரத்தில் உள்ள ஒரு புள்ளி P ன் நியமப் பாதை ஒரு நீள்வட்டம் என நிறுவுக. மேலும் அதன் மையத்தொலைதகவும் காண்க.

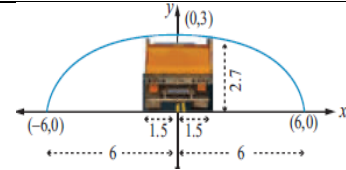


நீள்வட்ட சமன்பாடு

$$\frac{x^2}{0.9^2} + \frac{y^2}{0.3^2} = 1$$

$$\text{மையத்தொலைதகவு} = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

8) ஒரு வழிப்பாதையில் உள்ள அரை நீள்வட்ட வளைவின் உயரம் 3 மீ மற்றும் அகலம் 12 மீ. ஒரு சரக்கு வாகனத்தின் அகலம் 3 மீ மற்றும் உயரம் 2.7 மீ எனில் இந்த வாகனம் வளைவின் வழி செல்ல முடியுமா?

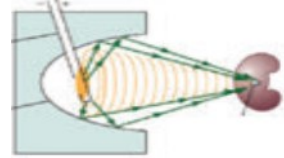


நீள்வட்ட சமன்பாடு

$$\frac{x^2}{6^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1$$

$$\text{வளைவின் உயரம்} = 2.9 \text{ மீ}$$

9) நீள்வட்டத்தின் சமன்பாடு $\frac{(x-11)^2}{484} + \frac{y^2}{64} = 1$ (x,y மதிப்புகள் செ.மீ. இல் அளக்கப்படுகிறது) நோயாளியின் சிறுநீரக் கல் மீது அதிர்வலைகள் படுமாறு நோயாளி எந்த இடத்தில் இருக்க வேண்டும் எனக் காண்க.



$$a^2 = 484$$

$$b^2 = 64$$

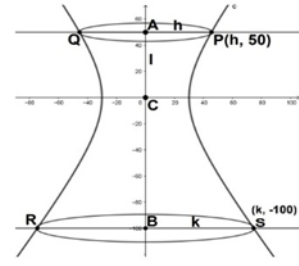
$$ae = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$ae = \sqrt{420} = 20.5 \text{ செ.மீ}$$

10) ஒரு அணு உலை குளிர்ட்டும் தூணின் குறுக்கு வெட்டு அதிபரவளைய வடிவில் உள்ளது. மேலும் அதன்

$$\text{சமன்பாடு } \frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1 \text{ தூண் } 150\text{ மீ உயரமுடையது.}$$

மேலும் அதிபரவளையத்தின் மையத்திலிருந்து தூணின் மேல் பகுதிக்கான தூரம் மையத்திலிருந்து அடிப்பகுதிக்கு உள்ள தூரத்தில் பாதியாக உள்ளது. தூணின் மேற்பகுதி மற்றும் அடிப்பகுதியின் விட்டங்களைக் காண்க.



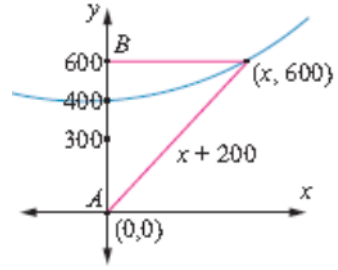
அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{44^2} = 1$$

மேற்பகுதி விட்டம் = 90.82 மீ

அடிப்பகுதியின் விட்டம் = 148.98 மீ

11) இரு கடலோர காவல்படைத் தளங்கள் 600 கி.மீ தொலைவில் A(0,0) மற்றும் B(0,600) என்ற புள்ளிகளில் அமைந்துள்ளன. P என்ற புள்ளியில் உள்ள கப்பலிலிருந்து ஆபத்திற்கான சமிக்ஞைகள் இரு தளங்களிலும் சிறிதளவு மாறுபட்ட நேரங்களில் பெறப்படுகின்றன. அவற்றிலிருந்து கப்பல் தளம் B யை விட A க்கு 200 கி.மீ அதிக தூரத்தில் உள்ளதாக தீர்மானிக்கப்படுகிறது. எனவே அந்தக் கப்பல் இருக்கும் இடம் வழியாகச் செல்லும் அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு காண்க.



$$a^2 = 10000$$

$$b^2 = 80000$$

அதிபரவளையத்தின் சமன்பாடு

$$\frac{(y-300)^2}{10000} - \frac{x^2}{80000} = 1$$

பாடம்-7 வகைநுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

1) $f(x) = x^2(1-x)^2, x \in [0, 1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் 'c' -ன் மதிப்பைக் கணக்கிடுக.

தீர்வு: $[0, 1]$ -ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது

$(0, 1)$ -ல் $f(x)$ வகையிடக்கத்தது

$$f(0) = f(1) = 0$$

ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.

$$f'(x) = 2x(1-x)^2 - 2x^2(1-x)$$

$$= 2x(1-x)(1-2x)$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2} \in (0, 1)$$

2) $f(x) = x + \frac{1}{x}, x \in \left[\frac{1}{2}, 2\right]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் மதிப்பைக் காண்க.

தீர்வு: $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$ -ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது

$\left(\frac{1}{2}, 2\right)$ -ல் $f(x)$ வகையிடக்கத்தது

$$f(0) = f(1) = \frac{5}{2}$$

ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம்.

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f'(x) = 0$$

$$\Rightarrow x = 1 \in \left(\frac{1}{2}, 2\right)$$

<p>3) $f(x) = \left \frac{1}{x} \right , x \in [-1, 1]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $f(0) = \frac{1}{0} = \infty$ $[-1, 1]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது அல்ல ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது</p>
<p>4) $f(x) = \tan x, x \in [0, \pi]$ என்ற சார்பிற்கு ரோலின் தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \tan \frac{\pi}{2} = \infty$ $[0, \pi]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது அல்ல ரோலின் தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது</p>
<p>5) $f(x) = x - x^2, 1 \leq x \leq 2$ என்ற சார்பிற்கு (1,2) என்ற இடைவெளியில் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை நிறைவு செய்யும் மதிப்பைக் காண்க. தீர்வு: $[1, 2]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது (1, 2)-ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது</p>	<p>$f(1) = 0$ & $f(2) = -2$ லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம். $f'(x) = 1 - 2x$ $f'(x) = \frac{f(2)-f(1)}{2-1}$ $\Rightarrow x = \frac{3}{2} \in (1, 2)$</p>
<p>6) $f(x) = (x - 2)(x - 7), x \in [3, 11]$ என்ற சார்பிற்கு லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்தி கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் முனைப்புள்ளிகள் வழியே செல்லும் நாணுக்கு இணையான தொடுகோட்டின் தொடும் புள்ளியின் x-மதிப்பு காண்க. தீர்வு: $[3, 11]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது (3, 11)-ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது</p>	<p>$f(3) = -4$ & $f(11) = 36$ லெக்ராஞ்சியின் தேற்றத்தை பயன்படுத்தலாம். $f(x) = x^2 - 9x + 14$ $f'(x) = 2x - 9$ $2x - 9 = \frac{f(11)-f(3)}{11-3} = \frac{36-4}{8} = 5$ $\Rightarrow x = 7 \in (3, 11)$</p>
<p>7) $f(x) = \frac{1+x}{x}, x \in [-1, 2]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் விளக்குக.</p>	<p>தீர்வு: $f(0) = \frac{1}{0} = \infty$ $[-1, 2]$-ல் $f(x)$ தொடர்ச்சியானது அல்ல லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது</p>
<p>8) $f(x) = 3x + 1 , x \in [-1, 3]$ என்ற சார்பிற்கு கொடுக்கப்பட்ட இடைவெளியில் லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை ஏன் பயன்படுத்த முடியாது என்பதைக் விளக்குக.</p>	<p>தீர்வு: $x = -\frac{1}{3}$ ல் $f(x)$ வகையிடத்தக்கது அல்ல லெக்ராஞ்சியின் சராசரி மதிப்பு தேற்றத்தை பயன்படுத்த முடியாது</p>
<p>9) $\sin x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க. தீர்வு: $f(x) = \sin x \Rightarrow f(0) = 0$ $f^1(x) = \cos x \Rightarrow f^1(0) = 1$ $f^{11}(x) = -\sin x \Rightarrow f^{11}(0) = 0$ $f^{111}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{111}(0) = -1$</p>	<p>$f^4(x) = \sin x \Rightarrow f^4(0) = 0$ $f^5(x) = \cos x \Rightarrow f^5(0) = 1$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \dots$ $\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \dots$</p>

<p>10) $\cos x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.</p> $f(x) = \cos x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = -\sin x \Rightarrow f^1(0) = 0$ $f^{11}(x) = -\cos x \Rightarrow f^{11}(0) = -1$ $f^{111}(x) = \sin x \Rightarrow f^{111}(0) = 0$	$f^4(x) = \cos x \Rightarrow f^4(0) = 1$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \dots$ $\cos x = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \dots$
<p>11) $\cos^2 x$ -சார்பின் மெக்லாரின் விரிவைக் காண்க.</p> $f(x) = \cos^2 x \Rightarrow f(0) = 1$ $f^1(x) = -\sin 2x \Rightarrow f^1(0) = 0$ $f^{11}(x) = -2\cos 2x \Rightarrow f^{11}(0) = -2$ $f^{111}(x) = 4\sin 2x \Rightarrow f^{111}(0) = 0$	$f^4(x) = 8\cos 2x \Rightarrow f^4(0) = 8$ $f(x) = f(0) + \frac{f^1(0)}{1!} + \frac{f^{11}(0)}{2!} + \dots$ $\cos^2 x = 1 - x^2 + \frac{x^4}{3} - \dots$
<p>12) $\frac{1}{x}$ -சார்பின் டெய்லரின் விரிவைக் $x=2$ -ல் முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.</p> $f(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2}$ $f^1(x) = \frac{-1}{x^2} \Rightarrow f^1(2) = \frac{-1}{4}$ $f^{11}(x) = \frac{2}{x^3} \Rightarrow f^{11}(2) = \frac{1}{4}$	$f^{111}(x) = \frac{-6}{x^4} \Rightarrow f^{111}(2) = \frac{-3}{8}$ <p>டெய்லரின் விரிவு</p> $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$ $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} - \frac{(x-2)}{4} + \frac{(x-2)^2}{8} - \dots$
<p>13) $\sin x$ -சார்பின் டெய்லரின் விரிவைக் $x - \frac{\pi}{4}$ -ன் அடுக்குகளாக முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.</p> $f(x) = \sin x \Rightarrow f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ $f^1(x) = \cos x \Rightarrow f^1\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$f^{11}(x) = -\sin x \Rightarrow f^{11}\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}}$ <p>டெய்லரின் விரிவு</p> $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$ $\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[1 + \frac{1}{1!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right) - \frac{1}{2!} \left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 - \dots \right]$
<p>14) $f(x) = x^2 - 3x + 2$ -என்ற பல்லுறுப்புக் கோவையின் டெய்லரின் விரிவைக் $x - 1$ -ன் அடுக்குகளாக முதல் மூன்று பூச்சியமற்ற உறுப்புகள் வரை காண்க.</p> $f(x) = x^2 - 3x + 2 \Rightarrow f(1) = 0$ $f^1(x) = 2x - 3 \Rightarrow f^1(1) = -1$ $f^{11}(x) = 2 \Rightarrow f^{11}(1) = 2$	<p>டெய்லரின் விரிவு</p> $f(x) = f(a) + \frac{f^1(a)}{1!}(x-a) + \frac{f^{11}(a)}{2!}(x-a)^2 + \dots$ $f(x) = -(x-1) + (x-1)^2$

<p>15) கணக்கிடுக: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \frac{0}{0}$ வடிவம்</p> <p>லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்தலாம்</p>	$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 3} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x - 3}{2x - 4}$ $= \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$
<p>16) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x} = \frac{0}{0}$</p> <p>லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த</p>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{m \times \cos mx}{1} = m$
<p>17) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \frac{0}{0}$</p> <p>லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த</p>	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{0 + \sin x}{2x}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x}{2} = \frac{1}{2}$
<p>18) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x} = \frac{\infty}{\infty}$</p> <p>லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த</p>	$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\log x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{(1/x)}$ $= \lim_{x \rightarrow \infty} x = \infty$
<p>19) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\tan x}$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\tan x} = \frac{\infty}{\infty}$</p> <p>லோபிதாலின் விதியை பயன்படுத்த</p>	$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\sec x}{\tan x} = \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{(1/\cos x)}{(\sin x/\cos x)}$ $= \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sin x} = 1$
<p>20) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = \infty - \infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x - \sin x}{x \sin x} \right) = \frac{0}{0}$</p>	<p>லோபிதாலின் விதிப்படி</p> $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right) = \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 - \cos x}{\sin x + x \cos x} \right) = \frac{0}{0}$ $= \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{0 + \sin x}{\cos x + \cos x - x \sin x} \right) = \frac{0}{2} = 0$
<p>21) மதிப்பிடுக: $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \infty - \infty$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x - 1 - x}{x(e^x - 1)} \right) = \frac{0}{0}$</p>	<p>லோபிதாலின் விதிப்படி</p> $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x - 1}{e^x - 1 + x e^x} \right) = \frac{0}{0}$ $= \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{e^x}{e^x + e^x + x e^x} \right) = \frac{1}{2}$

22) கோள வடிவில் உள்ள ஒரு ஊதுபையில் காற்றினை வினாடிக்கு 1000 செமீ³ எனும் வீதத்தில் நாம் ஊதினால் ஆரம் 7 செமீ எனும்போது ஊதுபையின் ஆரத்தின் மாறுபாட்டு வீதம் என்ன? மேலும் மேற்பரப்பு மாறுபாட்டு வீதத்தையும் கண்க்கிடுக.

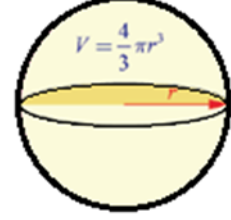
$$\frac{dV}{dt} = 1000 \quad \& \quad r = 7$$

ஆரத்தின் மாறுபாடு

$$\frac{dr}{dt} = \frac{250}{49\pi}$$

மேற்பரப்பு மாறுபாடு

$$\frac{dS}{dt} = \frac{2000}{7}$$



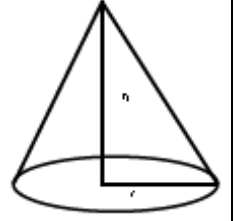
23) கொணரிப்பட்டையிலிருந்து நிமிடத்திற்கு 30 கன மீட்டர் வீதத்தில் கொட்டப்படும் உப்பு வட்ட வடிவ அடிமானம் கொண்ட கூம்பு வடிவம் பெறுகிறது. மேலும் கூம்பின் உயரமும் அடிமானத்தின் விட்டமும் சமமாக உள்ளது. 10 மீட்டர் உயரம் எனும்போது கூம்பின் உயரம் எவ்வேகத்தில் அதிகரிக்கும்?

$$\frac{dV}{dt} = 30 \quad \& \quad h = 10$$

$$\text{ஆரம் } r = \frac{h}{2}$$

உயரம் அதிகரிக்கும் வீதம்

$$\frac{dh}{dt} = \frac{6}{5\pi}$$



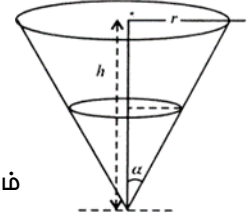
24) தலைகீழாக வைக்கப்பட்ட ஒரு நேர்வட்ட கூம்பின் வடிவில் உள்ள ஒரு நீர்நிலைத் தொட்டியின் ஆழம் 12 மீட்டர் மற்றும் மேலுள்ள வட்டத்தின் ஆரம் 5 மீட்டர் என்க. நிமிடத்திற்கு 10 கன மீட்டர் வேகத்தில் நீர் பாய்ச்சப்படுகிறது எனில், 8 மீட்டர் ஆழத்தில் நீர் இருக்கும்போது நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வேகம் என்ன?

$$\frac{dV}{dt} = 10 \quad \& \quad h = 8$$

$$\text{ஆரம் } r = \frac{5h}{12}$$

நீரின் ஆழம் அதிகரிக்கும் வீதம்

$$\frac{dh}{dt} = \frac{9}{10\pi}$$



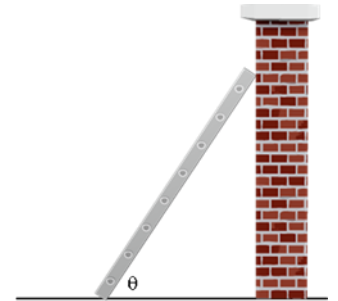
25) மீட்டர் நீளமுள்ள ஒரு ஏணி செங்குத்தான சுவரில் சாய்த்து வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து விலகிச் செல்லும் வீதம் வினாடிக்கு 5 மீட்டர் எனில் ஏணியின் அடிப்பக்கம் சுவற்றிலிருந்து 8 மீட்டர் தொலைவில் இருக்கும்போது, (i) அதன் உச்சி என்ன வீதத்தில் கீழ்நோக்கி இறங்கும் என்பதைக் காண்க. (ii) எந்த வீதத்தில் ஏணி, சுவர் மற்றும் தரை ஆகியவற்றால் உருவாகும் முக்கோணத்தின் பரப்பளவு மாறுகிறது?

$$\frac{dx}{dt} = 5 \quad \& \quad x = 8$$

$$y = 15, \quad \frac{dy}{dt} = \frac{-8}{3}$$

பரப்பளவு மாறுவீதம்

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{2} \left[x \frac{dy}{dt} + y \frac{dx}{dt} \right] = 26.83$$



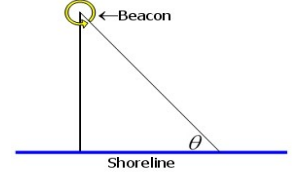
26) கப்பலின் மீதுள்ள சுழலொளி விளக்கு ஒவ்வொரு 10 வினாடிகளுக்கு ஒரு முறை சுற்றுக்கிறது. கடற்கரையிலிருந்து 5 கிமீ தூரத்தில் கப்பல் நங்கூரமிடப்பட்டுள்ளது. அவ்விளக்கின் ஒளிக்கற்றை கடற்கரையுடன் 45° கோணத்தை ஏற்படுத்தும் போது கடற்கரையில் ஒளிக்கற்றை எவ்வளவு வேகமாக நகரும்?

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{2\pi}{10} = \frac{\pi}{5} \quad \& \quad \theta = 45^\circ$$

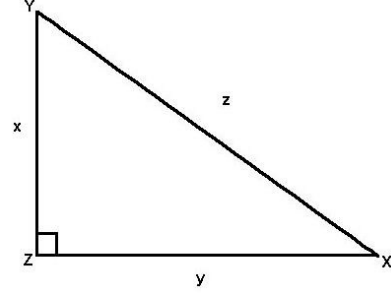
$$\tan \theta = \frac{x}{5} \Rightarrow x = 5 \tan \theta$$

ஒளிக்கற்றை நகரும் வேகம்

$$\frac{dx}{dt} = 2\pi \text{ km/sec}$$



27) வடக்கிலிருந்து தெற்கே செல்லும் பாதையும் கிழக்கிலிருந்து மேற்கே செல்லும் பாதையும் P எனும் புள்ளியில் வெட்டுகிறது. வடக்கு நோக்கி செல்லும் மகிழுந்து A முதல் பாதை வழியாகச் செல்கிறது. கிழக்கு நோக்கிச் செல்லும் மகிழுந்து B இரண்டாவது பாதை வழியாகச் செல்கிறது. குறிப்பிட்ட நேரத்தில் மகிழுந்து A ஆனது P க்கு வடக்கே 10 கிலோ மீட்டர்கள் தொலைவில் மணிக்கு 80 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. அதே சமயத்தில் மகிழுந்து B ஆனது P க்கு கிழக்கே 15 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் மணிக்கு 100 கி.மீ வேகத்தில் செல்கிறது. இரு மகிழுந்துகளுக்கிடையே உள்ள தூரம் எவ்வேகத்தில் மாறுகிறது?



$$x = 10, \quad \frac{dx}{dt} = 80 \text{ கி.மீ/மணி}$$

$$y = 15, \quad \frac{dy}{dt} = 100 \text{ கி.மீ/மணி}$$

$$z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow z = 5\sqrt{13}$$

தூர மாறுபாடு

$$\frac{dz}{dt} = 127.6 \text{ கி.மீ/மணி}$$

28) வட திசையில் இருந்து ஒரு செங்கோண சந்திப்பை அணுகும் ஒரு காவல்துறை வாகனம் வேகமாக சென்று திரும்பி கிழக்கு திசை நோக்கி செல்லும் ஒரு மகிழுந்தை துரத்துகிறது. சாலை சந்திப்பில் வடக்கே 0.6 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் காவல்துறையின் வாகனமும் கிழக்கே 0.8 கிலோ மீட்டர் தொலைவில் மகிழுந்தும் உள்ள பொழுது மின்காந்த அலை கருவியின் துணை கொண்டு காவல்துறை தங்களது வாகனத்திற்கும் மகிழுந்திற்கும் இடைப்பட்ட தூரம் மணிக்கு 20 கி.மீ வேகத்தில் அதிகரிக்கிறது என தீர்மானிக்கின்றனர். காவல்துறை வாகனம் மணிக்கு 60 கிலோ மீட்டர் வேகத்தில் நகர்கிறது எனில் மகிழுந்தின் வேகம் என்ன?

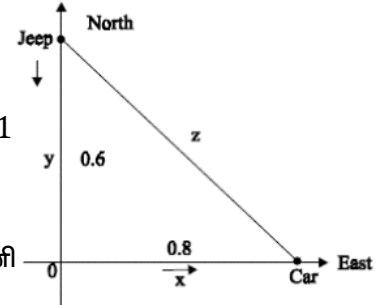
$$x = 0.6, \quad y = 0.8$$

$$\frac{dz}{dt} = 20 \text{ கி.மீ/மணி}$$

$$z^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow z = 1$$

மகிழுந்தின் வேகம்

$$\frac{dx}{dt} = 70 \text{ கி.மீ/மணி}$$



29) $x = 2\cos 3t$ மற்றும் $y = 3\sin 2t$, $t \in \mathbb{R}$ என்ற விசஜோஸ் வளைவரையின் மீதுள்ள ஏதேனும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகோடு மற்றும் செங்கோட்டின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

தீர்வு:

$$m = \frac{\left(\frac{dy}{dt}\right)}{\left(\frac{dx}{dt}\right)} = \frac{6 \cos 2t}{-6 \sin 3t} = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}$$

தொடுகோடு

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 \sin 2t = \frac{-\cos 2t}{\sin 3t}(x - 2 \cos 3t)$$

செங்கோடு

$$y - y_1 = \frac{-1}{m}(x - x_1)$$

$$y - 3 \sin 2t = \frac{\sin 3t}{\cos 2t}(x - 2 \cos 3t)$$

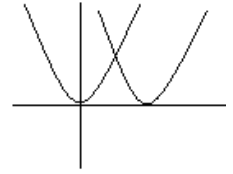
30) $y = x^2$ மற்றும் $y = (x - 3)^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடிப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.

வெட்டும் புள்ளி $(x, y) = \left(\frac{3}{2}, \frac{9}{4}\right)$

சாய்வுகள் $m_1 = 3$; $m_2 = -3$

$$\theta = \tan^{-1} \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$$

$$= \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$$



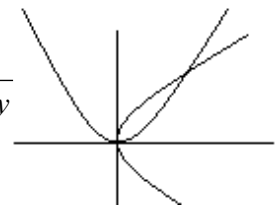
31) $y = x^2$ மற்றும் $x = y^2$ என்ற வளைவரைகளுக்கு இடைப்பட்ட கோணத்தினை $(0,0)$ மற்றும் $(1,1)$ என்ற வெட்டும் புள்ளிகளில் காண்க.

$$y = x^2 \quad x = y^2$$

$$\frac{dy}{dx} = 2x \quad \frac{dy}{dx} = \frac{1}{2y}$$

$(0,0)$ இல் $\theta = \frac{\pi}{2}$

$(1,1)$ இல் $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right)$



32) ஒரு தோட்டம் செவ்வக வடிவில் அமைக்கப்பட்டு கம்பி வேலி மூலம் பாதுகாக்கப்பட வேண்டும். 40 மீட்டர் வேலிக் கம்பி மூலம் பாதுகாக்கப்படும் தோட்டத்தின் பெரும் பரப்பினைக் காண்க.

$$A = xy = x(20 - x) = 20x - x^2$$

$$\frac{dA}{dx} = 20 - 2x \quad \& \quad \frac{d^2 A}{dx^2} = -2 < 0$$

$$\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x = 10 \quad \& \quad y = 10$$

பெரும் பரப்பு $A = 100 \text{ m}^2$



33) ஒரு வெவ்வக வடிவிலான பக்கத்தில் 24 செமீ² அளவிற்கு அச்சிடப்பட்டுள்ளது. மேற்புற மற்றும் கீழ்ப்புற ஓரங்கள் 1.5 செமீ அளவிலும் மற்ற பக்கங்களின் ஓரங்கள் 1 செமீ அளவிலும் இடைவெளி விடப்பட்டுள்ளது. காகித பக்கத்தின் குறைந்த பரப்பளவிற்கு அதன் நீள அகலங்கள் என்னவாக இருக்க வேண்டும்?

$$A = (x + 2)(y + 3)$$

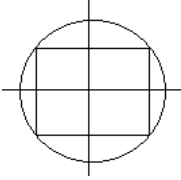
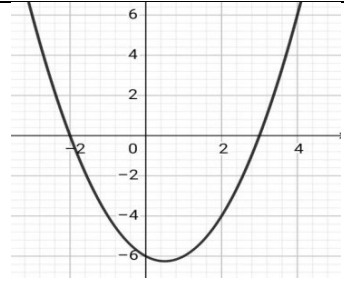
$$A = 3x + \frac{48}{x} + 30$$

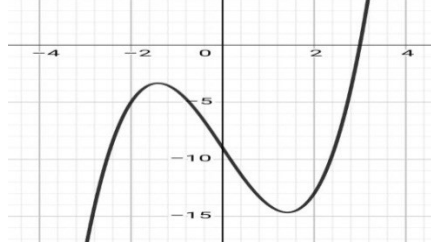
$$\frac{dA}{dx} = 3 - \frac{48}{x^2} \quad \& \quad \frac{d^2 A}{dx^2} = \frac{96}{x^3} > 0$$

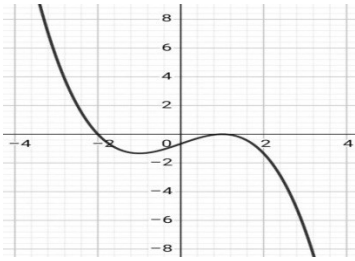
$$\frac{dA}{dx} = 0 \Rightarrow x = 4 \quad \& \quad y = 6$$

$$\therefore x + 2 = 6 \quad \& \quad y + 3 = 9$$



<p>34) 10 செம் ஆரமுள்ள வட்டத்தினுள் அமைக்கப்படும் செவ்வகங்களுள் மீப்பெரு பரப்புடைய செவ்வகத்தின் பரிமாணங்களைக் காண்க.</p> 	$x = 20 \cos \theta \quad \& \quad y = 20 \sin \theta$ $A = (2x)(2y)$ $A = 200 \sin 2\theta$ $\frac{dA}{d\theta} = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$ $\therefore L = 2x = 10\sqrt{2} \quad \& \quad B = 2y = 10\sqrt{2}$
<p>35) $y = f(x) = x^2 - x - 6$ என்ற வளைவரை வரைக.</p>	
<p>வளைவரை</p>	
<p>i) சார்பகம் வீச்சகம்</p>	$(-\infty, \infty)$ $y \geq \frac{-25}{4}$
<p>ii) வெட்டுத் துண்டுகள்</p>	$x\text{-வெட்டு} = -2, 3$ $y\text{-வெட்டு} = -6$
<p>iii) நிலைப் புள்ளி</p>	$f'(x) = 0$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$
<p>iv) இடம் சார்ந்த அறுதி மதிப்புகள்</p>	$x = \frac{1}{2} \Rightarrow f''(x) = 2 \geq 0$ $\text{இடம் சார்ந்த சிறுமம்} = f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-25}{4}$
<p>v) குழிவு இடைவெளிகள்</p>	$f''(x) = 2 > 0 \quad \forall x \in R$ <p>R இல் மேல் நோக்கி குழிவு</p>
<p>vi) வளைவு மாற்ற புள்ளிகள்</p>	<p>இல்லை</p>
<p>vii) தொலைத் தொடுகோடுகள்</p>	<p>இல்லை</p>

36) $y = f(x) = x^3 - 6x - 9$ வளைவரை வரைக.	
வளைவரை	
i) சார்பகம் வீச்சகம்	$(-\infty, \infty)$ $(-\infty, \infty)$
ii) வெட்டுத் துண்டுகள்	x-வெட்டு = 3 y-வெட்டு = -9
iii) நிலைப் புள்ளி	$f'(x) = 0 \Rightarrow 3(x^2 - 2) = 0$ $\Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$
iv) இடம் சார்ந்த அறுதி மதிப்புகள்	$f''(x) = 6x$ இடம் சார்ந்த பெருமம் = $f(-\sqrt{2}) = 4\sqrt{2} - 9$ இடம் சார்ந்த சிறுமம் = $f(\sqrt{2}) = -4\sqrt{2} - 9$
v) குழிவு இடைவெளிகள்	$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ $x < 0 \Rightarrow f''(x) = - \Rightarrow$ கீழ் நோக்கி குழிவு $x > 0 \Rightarrow f''(x) = + \Rightarrow$ மேல்நோக்கி குழிவு
vi) வளைவு மாற்றப் புள்ளிகள்	வளைவு மாற்றப் புள்ளி = $(0, -9)$
vii) தொலைத் தொடுகோடுகள்	இல்லை

37) $f(x) = \frac{-1}{3}(x^3 - 3x + 2)$ வளைவரை வரைக.	
<p style="text-align: center;">வளைவரை</p>	
i) சார்பகம் வீச்சகம்	$(-\infty, \infty)$ $(-\infty, \infty)$
ii) வெட்டுத் துண்டுகள்	$x\text{-வெட்டு} = -2, 1$ $y\text{-வெட்டு} = \frac{-2}{3}$
iii) நிலைப் புள்ளி	$f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-1}{3}(3x^2 - 3) = 0$ $\Rightarrow x = \pm 1$
iv) இடம் சார்ந்த அறுதி மதிப்புகள்	$f''(x) = -2x$ இடம் சார்ந்த சிறுமம் = $f(-1) = \frac{-4}{3}$ இடம் சார்ந்த பெருமம் = $f(1) = 0$
v) குழிவு இடைவெளிகள்	$f''(x) = -2x$ & $f''(x) = 0 \Rightarrow x = 0$ $x < 0 \Rightarrow f''(x) = + \Rightarrow$ மேல்நோக்கி குழிவு $x > 0 \Rightarrow f''(x) = - \Rightarrow$ கீழ் நோக்கி குழிவு
vi) வளைவு மாற்ற புள்ளிகள்	வளைவு மாற்றப் புள்ளி = $\left(0, \frac{-2}{3}\right)$
vii) தொலைத் தொடுகோடுகள்	இல்லை

பாடம்-10 சாதாரண வகைக்கெழு சமன்பாடுகள்

<p>1) நுண்ணுயிர்களின் பெருக்கத்தில், பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் பெருக்க வீதமானது அதில் காணப்படும் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கையின் விகிதமாக உள்ளது. இப்பெருக்கத்தால் 5 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாவின் எண்ணிக்கை மும்மடங்காகிறது எனில், 10 மணி நேர முடிவில் பாக்டீரியாக்களின் எண்ணிக்கை என்னவாக இருக்கும்?</p>	<p>தீர்வு: $\frac{dA}{dt} = kA$</p> $A = Ce^{kt}$ <p>$t = 0 ; \Rightarrow C = A_0$</p> <p>$t = 5 ; \Rightarrow e^{5k} = 3$</p> <p>$t = 10 ; \Rightarrow A = 9A_0$</p>
<p>2) ஒரு நகரத்தின் மக்கள் தொகை வளர்ச்சி வீதம் t நேரத்தில் உள்ள மக்கள் தொகையின் விகிதமாக உள்ளது. மேலும் நகரத்தின் மக்கள் தொகை 40 ஆண்டுகளில் 3,00,000 விருந்து 4,00,000 ஆக அதிகரித்துள்ளது எனக் கொடுக்கப்பட்டுள்ளது எனில் t- நேரத்தில் அந்நகரத்தின் மக்கள் தொகையைக் காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $\frac{dA}{dt} = kA$</p> $A = Ce^{kt}$ <p>$t = 0 \Rightarrow C = 3,00,000$</p> <p>$t = 40 \Rightarrow k = \frac{1}{40} \log\left(\frac{4}{3}\right)$</p> $A = 3,00,000 \left(\frac{4}{3}\right)^{t/40}$
<p>3) வருடத்திற்கு 5% தொடர் கூட்டு வீதத்தில் ஒருவர் ரூபாய் 10,000 த்தை வங்கி கணக்கில் முதலீடு செய்கிறார். 18 மாதங்களுக்குப் பின்னர் அவர் வங்கிக் கணக்கில் எவ்வளவு தொகை இருக்கும்?</p>	<p>தீர்வு: $\frac{dA}{dt} = kA$</p> $A = Ce^{0.05t}$ <p>$t = 0 ; \Rightarrow C = 10,000$</p> <p>$t = 1.5 ; \Rightarrow A = 10,000 e^{0.075}$</p>
<p>4) ஒரு மாதிரியில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்கள் சிதைவுறும் வீதமானது அந்நேரத்தில் அந்த மாதிரியில் காணப்படும் அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கைக்கு விகிதமாக அமைந்துள்ளது. 100 ஆண்டு கால இடைவெளியில் ஒரு மாதிரியில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் 10% சிதைவுறுகிறது. 1000 ஆண்டுகள் முடிவில் ஆரம்பத்தில் காணப்படும் கதிரியக்க அணுக்கருக்களின் எண்ணிக்கையில் எவ்வளவு மீதமிருக்கும்?</p>	<p>தீர்வு: $\frac{dA}{dt} = kA$</p> $A = Ce^{kt}$ <p>$t = 0 ; \Rightarrow C = 100$</p> <p>$t = 100 ; e^{100k} = \frac{9}{10}$</p> <p>$t = 1000 ; \Rightarrow A = \frac{9^{10}}{10^8} \%$</p>

5) ஆரம்பத்தில் ஒரு கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் நிறை 200 மி.கி. ஆகும். 2 வருடங்களுக்குப் பின்னர் அதன் நிறை 150 மி.கி. ஆக உள்ளது. t -நேரத்தில் மீதமுள்ள ஐசோடோப்பின் நிறைக்கான சமன்பாட்டைக் காண்க. அதன் அரை அயுட்காலம் எவ்வளவு? (ஒரு குறிப்பிட்ட கதிரியக்க ஐசோடோப்பின் ஆரம்ப அளவு பாதியாகக் குறைய ஆகும் கால அளவு அரை ஆயுட்காலம் எனப்படும்)

தீர்வு:

$$\frac{dA}{dt} = kA$$

$$A = Ce^{kt}$$

$$t = 0 \Rightarrow C = 200$$

$$t = 2 \Rightarrow k = \frac{-1}{2} \log\left(\frac{4}{3}\right)$$

$$A(t) = 200e^{\frac{-t}{2} \log\left(\frac{4}{3}\right)}$$

$$t = \frac{2 \log\left(\frac{1}{2}\right)}{\log\left(\frac{4}{3}\right)}$$

6) வெப்பநிலை 25°C ஆக உள்ள ஒரு அறையில் வைக்கப்பட்டுள்ள நீரின் வெப்பநிலை 100°C ஆகும். 10 நிமிடங்களில் நீரின் வெப்பநிலை 80°C ஆகக் குறைந்து விடுகிறது எனில், (i) 20 நிமிடங்களுக்குப் பின்னர் நீரின் வெப்பநிலை வெப்பநிலை (ii) 40°C ஆக இருக்கும் போது நேரம் காண்க.

தீர்வு: $\frac{dT}{dt} = k(T - 25)$

$$T = 25 + Ce^{kt}$$

$$t = 0 \Rightarrow C = 75$$

$$t = 20 \text{ min} \Rightarrow T = 65.33^\circ\text{C}$$

$$T = 40^\circ\text{C} \Rightarrow t = 51.89 \text{ min}$$

7) ஒரு பாத்திரத்தில் 100°C வெப்பநிலையில் கொதித்துக் கொண்டிருக்கும் நீரானது $t=0$ எனும் நேரத்தில் அடுப்பின் மீது இருந்து இறக்கி குளிர்வதற்காக சமையலறையில் வைக்கப்படுகிறது. 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை 80°C ஆகக் குறைகிறது. மேலும் அடுத்த 5 நிமிடங்களுக்குப் பிறகு நீரின் வெப்பநிலை 65°C ஆக குறைகிறது எனில் சமையலறையின் வெப்பநிலைக் காண்க.

தீர்வு: $\frac{dT}{dt} = k(T - S)$

$$T = S + Ce^{kt}$$

$$t = 0 \Rightarrow C = 100 - S$$

$$t = 5 \Rightarrow e^{5k} = \frac{80 - S}{100 - S}$$

சமையலறையின் வெப்பநிலை

$$S = 20^\circ\text{C}$$

8) ஒரு துப்பறிவாளர் ஒரு கொலைக்கான புலன் விசாரணையின் போது, ஒருவரின் உயிரற்ற உடலை சரியாக பிற்பகல் 8 மணிக்கு காண்கிறார். முன்னெச்சரிக்கையாக துப்பறிவாளர் அவ்வுடலின் வெப்பநிலையை 70°F எனக் குறித்துக் கொள்கிறார். 2 மணி நேரம் கழித்து அந்த உடலின் வெப்பநிலை 60°F ஆக இருப்பதைக் காண்கிறார். உடல் இருந்த அறையில் வெப்பநிலை 50°F ஆகும், மற்றும் இறப்பதற்கு முன்பு அந்நபரின் உடல் வெப்பநிலை 98.6°F எனில் அந்நபர் கொலை செய்யப்பட்ட நேரம் என்னவாக இருந்திருக்கும்?

தீர்வு: $\frac{dT}{dt} = k(T - 50)$

$$T = 50 + Ce^{kt}$$

$$t = 0; \Rightarrow C = 20$$

$$t = 2 \Rightarrow k = \frac{1}{2} \log\left(\frac{1}{2}\right)$$

அந்நபர் இறந்த நேரம்

மாலை 5:30 மணி

<p>9) ஒரு தொட்டியில் உள்ள 1000 விட்டர் நீரில் 100 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. பிரைன் என்பது அடர்ந்த அடர்த்திக் கொண்ட உப்புக் கரைசலாகும். வழக்கமாக சோடியம் குளோரைடு கரைசலாகும். பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 விட்டர் வீதம் உட்புகுத்தப்படுகிறது. மேலும், ஒவ்வொரு விட்டர் நீரிலும் 5 கிராம் உப்பு கரைந்துள்ளது. தொட்டியில் உள்ள நீரானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்பட்டுள்ளது. பிரைன் ஒரு நிமிடத்திற்கு 10 விட்டர் வீதம் வெளியேறுகிறது. t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவைக் காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $\frac{dx}{dt} = IN - OUT$</p> $\frac{dx}{dt} = 50 - 0.01x$ $x = 5000 + Ce^{-0.01t}$ <p>t = 0 ; C = -4900</p> <p>t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவு</p> $x = 5000 - 4900e^{-0.01t}$
<p>10) ஆரம்பத்தில் ஒரு தொட்டியில் 50 விட்டர் தூய்மையான தண்ணீர் உள்ளது. தொடக்க நேரம் t=0 -ல் ஒரு விட்டர் நீரில் 2 கிராம் வீதம் கரைக்கப்பட்ட உப்புக் கரைசலானது ஒரு நிமிடத்திற்கு 3 விட்டர் வீதம் தொட்டியில் விடப்படுகிறது. இக்கலவையானது தொடர்ந்து கலக்கப்பட்டு சீராக வைக்கப்படுகிறது. மேலும் அதே நேரத்தில் நன்கு கலக்கப்பட்ட இக்கலவையானது அதே வீதத்தில் தொட்டியிலிருந்து வெளியேறுகிறது. t > 0 எனும் ஏதேனும் ஒரு நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவினைக் காண்க.</p>	<p>தீர்வு: $\frac{dx}{dt} = IN - OUT$</p> $\frac{dx}{dt} = 6 - \frac{3}{50}x$ $x = 100 + Ce^{-\frac{3t}{50}}$ <p>t = 0 ; C = -100</p> <p>t-நேரத்தில் தொட்டியில் உள்ள உப்பின் அளவு</p> $x = 100 - 100e^{-\frac{3t}{50}}$

பாடம்-8 பகுதி வகைக்கெழுக்கள்

<p>1) $u = \sin^{-1} \left[\frac{x+y}{\sqrt{x+y}} \right]$, எனில் $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $f(x, y) = \frac{x+y}{\sqrt{x+y}} = \sin u$</p> <p>f என்பது படி $n = \frac{1}{2}$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial(\sin u)}{\partial x} + y \frac{\partial(\sin u)}{\partial y} = \frac{1}{2} \sin u$ $x \cos u \frac{\partial u}{\partial x} + y \cos u \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \sin u$ $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{1}{2} \tan u$
<p>2) $u(x, y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$ எனில் $\frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2} u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $u(x, y) = \frac{x^2+y^2}{\sqrt{x+y}}$</p> <p>f என்பது படி $n = \frac{3}{2}$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{3}{2} u$

<p>3) $v(x, y) = \log \left[\frac{x^2+y^2}{x+y} \right]$, எனில்</p> <p>$x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $f(x, y) = \frac{x^2+y^2}{x+y} = e^v$</p> <p>f என்பது படி $n = 1$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial(e^v)}{\partial x} + y \frac{\partial(e^v)}{\partial y} = 1 \times e^v$ $x \frac{\partial v}{\partial x} + y \frac{\partial v}{\partial y} = 1$
<p>4) $f(x, y) = x^3 - 2x^2y + 3xy^2 + y^3$ என்ற சார்பு சமப்படித்தானது என நிறுவுக. f-இன் படையைக் கணக்கிட்டு f-க்கு ஆய்லரின் தேற்றத்தைச் சரிபார்க்க.</p> <p>தீர்வு: $f(\lambda x, \lambda y) = \lambda^3 f(x, y)$</p> <p>f என்பது படி $n = 3$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2 - 4xy + 3y^2$ $\frac{\partial f}{\partial y} = -2x^2 + 6xy + 3y^2$ $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = 3 f$
<p>5) $w(x, y, z) = \log \left(\frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2+y^2} \right)$</p> <p>எனில் $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z}$ -ஐக் காண்க.</p> <p>தீர்வு:</p> $f = \frac{5x^3y^4 + 7y^2xz^4 - 75y^3z^4}{x^2 + y^2} = e^w$ <p>f என்பது படி $n = 5$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு.</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} + z \frac{\partial f}{\partial z} = n f$ $x \frac{\partial(e^w)}{\partial x} + y \frac{\partial(e^w)}{\partial y} + z \frac{\partial(e^w)}{\partial z} = 5(e^w)$ $x \frac{\partial w}{\partial x} + y \frac{\partial w}{\partial y} + z \frac{\partial w}{\partial z} = 5$
<p>6) $f(x, y) = \tan^{-1} \left(\frac{x}{y} \right)$ என்ற சார்பிற்கு f_x, f_y காண்க. மேலும் $f_{xy} = f_{yx}$ எனக் காட்டுக.</p> <p>தீர்வு:</p> $f_x = \frac{y}{x^2+y^2}$ $f_{xy} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \rightarrow (1)$	$f_y = \frac{-x}{x^2 + y^2}$ $f_{yx} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2} \rightarrow (2)$ $f_{xy} = f_{yx}$
<p>7) $u = \sec^{-1} \left(\frac{x^3-y^3}{x+y} \right)$ எனில்</p> <p>$x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = 2 \cot u$ என ஆய்லரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி நிறுவுக.</p> <p>தீர்வு: $f(x, y) = \frac{x^3-y^3}{x+y} = \sec u$</p> <p>f என்பது படி $n = 2$ உடைய சமப்படித்தான சார்பு</p>	<p>ஆய்லரின் தேற்றத்தின் படி</p> $x \frac{\partial f}{\partial x} + y \frac{\partial f}{\partial y} = n f$ $x \frac{\partial(\sec u)}{\partial x} + y \frac{\partial(\sec u)}{\partial y} = 2 \sec u$ $x \frac{\partial u}{\partial x} + y \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2}{\tan u} = 2 \cot u$

பாடம்-11 நிகழ்தகவு பரவல்கள்

1) ஒரு தனிநிலை சார்பு -ன் நிகழ்தகவு நிறை சார்பானது

x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	k	$2k$	$6k$	$5k$	$6k$	$10k$

எனில், (i) $P(2 < X < 6)$

(ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii) $P(X \leq 4)$

iv) $P(3 < X)$ காண்க.

தீர்வு:

$$\sum p_i = 1$$

$$30k = 1$$

$$k = \frac{1}{30}$$

$$\begin{aligned} \text{i) } P(2 < X < 6) &= P(3) + P(4) + P(5) \\ &= 17k = \frac{17}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } P(2 \leq X < 5) &= P(2) + P(3) + P(4) \\ &= 13k = \frac{13}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } P(X \leq 4) &= P(1) + P(2) + P(3) + P(4) \\ &= 14k = \frac{14}{30} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iv) } P(3 < X) &= P(4) + P(5) + P(6) \\ &= 21k = \frac{21}{30} \end{aligned}$$

2) ஒரு சமவாய்ப்பு மாறி X -க்கு நிகழ்தகவு நிறைசார்பானது

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	k^2	$2k^2$	$3k^2$	$2k$	$3k$

எனில் (i) k மதிப்பு (ii) $P(2 \leq X < 5)$ (iii)

$P(3 > X)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

தீர்வு: i) $\sum p_i = 1$

$$6k^2 + 5k - 1 = 0$$

$$k = \frac{1}{6}$$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } P(2 \leq X < 5) &= P(2) + P(3) + P(4) \\ &= 5k^2 + 2k = \frac{5}{36} + \frac{2}{6} = \frac{17}{36} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(iii) } P(3 > X) &= P(4) + P(5) \\ &= 5k = \frac{5}{6} \end{aligned}$$

3) கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள குவிவு பரவல் சார்பு $F(x)$ -இன் தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறி X -இன் நிகழ்தகவு நிறைசார்பினைக் காண்க.

$$F(x) = \begin{cases} 0 & ; -\infty < x < -2 \\ 0.25 & ; -2 \leq x < -1 \\ 0.60 & ; -1 \leq x < 0 \\ 0.90 & ; 0 \leq x < 1 \\ 1 & ; 1 \leq x < \infty \end{cases}$$

மேலும் i) $P(X < 0)$ மற்றும் ii) $P(X \geq -1)$ காண்க.

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

X	-2	-1	0	1
$f(x)$	0.25	0.35	0.30	0.10

$$\begin{aligned} \text{i) } P(X < 0) &= P(-2) + P(-1) \\ &= 0.25 + 0.35 = 0.60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } P(X \geq -1) &= P(-1) + P(0) + P(1) \\ &= 0.35 + 0.30 + 0.10 = 0.75 \end{aligned}$$

$$4) F(x) = \begin{cases} 0 & ; -\infty < x < -1 \\ 0.15 & ; -1 \leq x < 0 \\ 0.35 & ; 0 \leq x < 1 \\ 0.60 & ; 1 \leq x < 2 \\ 0.85 & ; 2 \leq x < 3 \\ 1 & ; 3 \leq x < \infty \end{cases}$$

எனக் கொடுக்கப்பட்ட ஒரு தனிநிலை சமவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பிற்கு (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு (ii) $P(X < 1)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

X	-1	0	1	2	3
$f(x)$	0.15	0.20	0.25	0.25	0.15

$$\begin{aligned} \text{i) } P(X < 1) &= P(-1) + P(0) \\ &= 0.15 + 0.20 = 0.35 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } P(X \geq 2) &= P(2) + P(3) \\ &= 0.25 + 0.15 = 0.40 \end{aligned}$$

$$5) F(x) = \begin{cases} 0 & ; -\infty < x < 0 \\ 1/2 & ; 0 \leq x < 1 \\ 3/5 & ; 1 \leq x < 2 \\ 4/5 & ; 2 \leq x < 3 \\ 9/10 & ; 3 \leq x < 4 \\ 1 & ; 4 \leq x < \infty \end{cases}$$

என்பது ஒரு தனிநிலை சவாய்ப்பு மாறியின் குவிவு பரவல் சார்பு எனில் (i) நிகழ்தகவு நிறைச் சார்பு

(ii) $P(X < 3)$ (iii) $P(X \geq 2)$ ஆகியவற்றைக் காண்க.

நிகழ்தகவு நிறைச்சார்பு

X	0	1	2	3	4
f(x)	$\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{2}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

$$i) P(X < 3) = P(0) + P(1) + P(2)$$

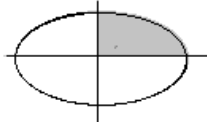
$$= \frac{5}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \frac{8}{10}$$

$$ii) P(X \geq 2) = P(2) + P(3) + P(4)$$

$$= \frac{2}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$$

பாடம்-9 தொகைநுண்கணிதத்தின் பயன்பாடுகள்

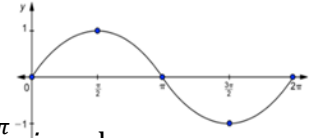
1) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டதினால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க.



பரப்பு: $A = \int_a^b y \, dx$
 $= 4 \int_0^a y \, dx$
 $= \pi ab$

2) $y = \sin x$ என்ற வளைவரை x-அச்சு, கோடுகள் $x=0$ மற்றும் $x = 2\pi$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

பரப்பு: $A = \int_a^b y \, dx$
 $= \int_0^\pi \sin x \, dx - \int_\pi^{2\pi} \sin x \, dx$
 $= 4$



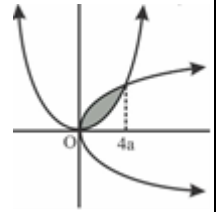
3) $y^2 = 4x$ மற்றும் $x^2 = 4y$ என்ற பரவளையங்களால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பு காண்க.

வெட்டும் புள்ளிகள்: (0,0), (4,4)

இடைப்பட்ட பரப்பு:

$$A = \int_a^b [y_U - y_L] \, dx$$

$$= \frac{16}{3}$$



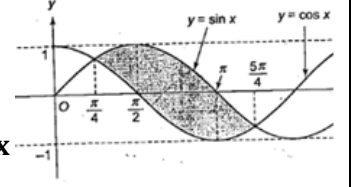
4) $y = \cos x$ மற்றும் $y = \sin x$ என்ற வளைவரைகள் $x = \frac{\pi}{4}$ மற்றும் $x = \frac{5\pi}{4}$ என்ற கோடுகள் ஆகியவற்றுக்கு இடையே உள்ள அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.

இடைப்பட்ட பரப்பு

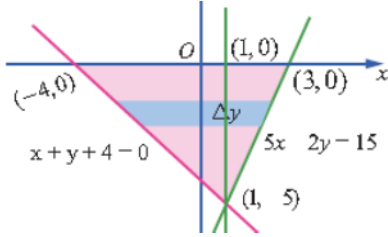
$$A = \int_a^b [y_U - y_L] dx$$

$$= \int_{\pi/4}^{5\pi/4} [\sin x - \cos x] dx$$

$$= 2\sqrt{2}$$



5) கோடுகள் $5x - 2y = 15$, $x + y + 4 = 0$ மற்றும் x அச்ச ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடல் மூலம் காண்க.



கோடுகள் வெட்டும் புள்ளி = (1,-5)

கோடுகள் x -அச்சை சந்திக்கும் புள்ளிகள் = (3,0), (-4,0)

பரப்பு

$$A = \left| \int_{-4}^1 y dx \right| + \left| \int_1^3 y dx \right|$$

$$= \frac{35}{2}$$

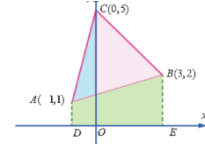
6) $(-1, 1)$, $(3, 2)$, $(0, 5)$ என்பன A, B மற்றும் C-யின் புள்ளிகள் எனில் முக்கோணம் ABC ஆல் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடலைப் பயன்படுத்திக் காண்க.

தீர்வு: நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடுகள்

$$y = 4x + 5$$

$$y = -x + 5$$

$$y = \frac{1}{4}(x + 5)$$



பரப்பு

$$A = \int_{-1}^0 (4x + 5) dx + \int_0^3 (-x + 5) dx - \frac{1}{4} \int_0^{\pi} (x + 5) dx$$

$$= \frac{15}{2}$$

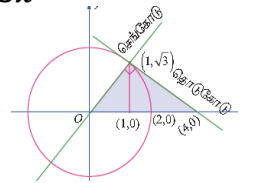
7) $x^2 + y^2 = 4$ என்ற வட்டத்தில் $(1, \sqrt{3})$ எனும் புள்ளியில் தொடுகோடு, செங்கோடு மற்றும் x -அச்ச ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பை தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி காண்க.

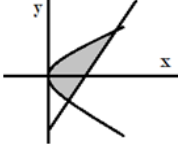
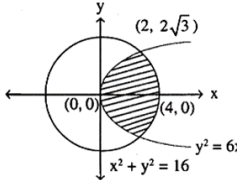
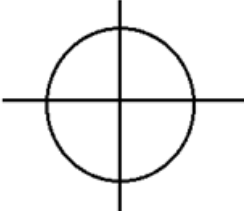
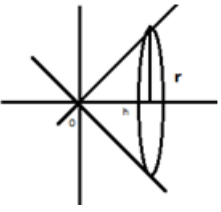
தொடுகோட்டின் சமன்பாடு $x + y\sqrt{3} = 4$

செங்கோட்டின் சமன்பாடு $y = \sqrt{3}x$

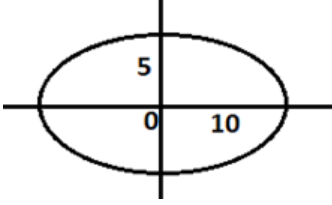
பரப்பு

$$A = \int_0^1 y dx + \int_1^4 y dx = 2\sqrt{3}$$



<p>8) பரவளையம் $y^2 = x$ மற்றும் கோடு $y = x - 2$ ஆகியவற்றால் அடைபடும் அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.</p>	<p>y-அச்ச எல்லை $y = -1, 2$ இடைப்பட்ட பரப்பு</p> $A = \int_c^d [x_R - x_L] dy$ $= \int_{-1}^2 [y + 2 - y^2] dy = \frac{9}{2}$ 
<p>9) $x^2 + y^2 = 16$ என்ற வட்டத்திற்கும் $y^2 = 6x$ என்ற பரவளையத்திற்கும் பொதுவான அரங்கத்தின் பரப்பைக் காண்க.</p>	<p>வெட்டும் புள்ளிகள் = $(2, 2\sqrt{3}), (2, -2\sqrt{3})$ இடைப்பட்ட பரப்பு</p> $A = \int_c^d [x_R - x_L] dy$ $= \int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}} \left[\sqrt{16 - y^2} - \frac{y^2}{6} \right] dy$ $= \frac{4}{3} (4\pi + \sqrt{3})$ 
<p>10) ஆரம் a உடைய கோளத்தின் கன அளவைக் காண்க.(தொகையிடல் மூலம்)</p> 	<p>எல்லை : $x = -a$ முதல் $x = a$ வரை வட்டம்: $x^2 + y^2 = a^2$ $y^2 = a^2 - x^2$ கன அளவு</p> $V = \pi \int_{-a}^a y^2 dx = \pi \int_{-a}^a (a^2 - x^2) dx$ $V = \frac{4}{3} \pi a^3$
<p>11) ஆரம் r மற்றும் உயரம் h உடைய கோள வடிவ தொப்பியின் கன அளவைக் காண்க(தொகையிடல் மூலம்)</p> 	<p>எல்லை : $x = 0$ முதல் $x = h$ வரை நேர்க்கோட்டின் சமன்பாடு</p> $y = \frac{r}{h} x$ <p>கன அளவு</p> $V = \pi \int_0^h y^2 dx$ $= \pi \int_0^h \frac{r^2}{h^2} x^2 dx = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

12) ஒரு தர்பூசணியானது நீள்வட்ட திண்ம வடிவில் உள்ளது. இந்த நீள்வட்ட திண்மத்தை பெற நெட்டச்சின் நீளம் 20செ.மீ மற்றும் குற்றச்சின் நீளம் 10செ.மீ கொண்ட நீள்வட்டத்தை நெட்டச்சைப் பொருத்து சுழற்ற வேண்டும் எனில் தர்பூசணியின் கன அளவை தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி காண்க.



நீள்வட்டம் $\frac{x^2}{10^2} + \frac{y^2}{5^2} = 1$

$$y^2 = 25 \left(1 - \frac{x^2}{100} \right)$$

கன அளவு

$$V = \pi \int_{-10}^{10} y^2 dx = \frac{1000}{3} \pi$$

"Success is no accident. It is hard work, perseverance, learning, studying, sacrifice, and most of all, love of what you are doing or learning to do." - Pelé